

MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

MAJ QEM CARLOS CYPRIANO **VALLIM** JUNIOR

REDUÇÃO DE DIMENSIONALIDADE POR TRANSFORMAÇÃO
LINEAR ADAPTATIVA DEPENDENTE DE SINAIS APLICADA A
RADARES STAP

Rio de Janeiro
2018

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

MAJ QEM CARLOS CYPRIANO VALLIM JUNIOR

REDUÇÃO DE DIMENSIONALIDADE POR TRANSFORMAÇÃO
LINEAR ADAPTATIVA DEPENDENTE DE SINAIS APLICADA A
RADARES STAP

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado em Engenharia Elétrica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. José Antonio Apolinário Junior - D. Sc.,

Co-orientador: Cel QEM Felipe Aurélio **Caetano** de Bastos - D. Sc.,

Rio de Janeiro
2018

c2018

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
Praça General Tibúrcio, 80-Praia Vermelha
Rio de Janeiro-RJ CEP 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmar ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade dos autores e dos orientadores.

621.38154 Vallim Jr., C. C.

R696a

Redução de Dimensionalidade por Transformação Linear Adaptativa Dependente de Sinais Aplicada a Radares STAP/ Maj QEM Carlos Cypriano **Vallim Junior**.

– Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2018.
77 p.:il.

Dissertação: (mestrado) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2018.

1. Radar. 2. Processamento digital de sinais de radar. I. Título. II. Instituto Militar de Engenharia.

CDD 621.38154

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
MAJ QEM CARLOS CYPRIANO VALLIM JUNIOR
REDUÇÃO DE DIMENSIONALIDADE POR TRANSFORMAÇÃO
LINEAR ADAPTATIVA DEPENDENTE DE SINAIS APLICADA A
RADARES STAP

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado em Engenharia Elétrica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. José Antonio Apolinário Junior - D. Sc.,

Co-orientador: Cel QEM Felipe Aurélio **Caetano** de Bastos - D. Sc.,

Aprovada em 5 de fevereiro de 2018 pela seguinte Banca Examinadora:

Prof. José Antonio Apolinário Junior - D. Sc., do IME - Presidente

Cel QEM Felipe Aurélio **Caetano** de Bastos - D. Sc., do IME

Prof. Marcello L. R. de Campos - Ph. D., da OPPE/UFRJ

Aline de Oliveira Ferreira - D. C., do IPqM

Rio de Janeiro
2018

A minhas meninas, Anne Elise e Catherine, minha esposa, Giovanna, meus pais, Carlos e Anete, e meu irmão, Alex, e família.

AGRADECIMENTOS

Ao Criador, cuja obra a Ciência apenas revela aos nossos olhos e mentes a perfeição e, graças ao Qual, recebemos nossa pequenina deixa, face a eternidade, para atuarmos no palco da vida.

À minha família: minhas princesas, Anne Elise e Catherine, razão da minha vida, minha esposa, Giovanna, meus pais, Carlos e Anete, meu irmão, Alex, e família, por me apoiarem na dificuldade e serem a melhor família que alguém poderia desejar.

Aos ilustres Prof. José Antonio Apolinário Jr. - D. Sc. e Cel QEM Felipe Aurélio Caetano de Bastos - D. Sc., pelas infinitas paciência e dedicação a mim dirigidas e por compartilharem pequenas gotas dos seus oceanos de conhecimentos na elaboração deste trabalho.

Ao Exmo. Sr. Gen Div Engenheiro Militar Hildo Vieira Prado Filho, Comandante do Instituto Militar de Engenharia, pelo incentivo, pela palavra que convence e pelo exemplo que arrasta.

Ao Exmo. Sr. Gen Div Engenheiro Militar R/1 José Carlos dos Santos, ao Exmo. Sr. Gen Bda Engenheiro Militar Pedro Paulo Levi Mateus Canazio, Diretor do Serviço Geográfico, por me possibilitar realizar o curso de mestrado, concluído com este trabalho.

Aos meus ex-chefes, Cel QEM R/1 Leonardo Costa Graziadei e Ten Cel QEM Maurício Ramos de Resende Neves, Diretor do Arsenal de Guerra do Rio, com quem muito aprendi, pelas orientações, palavras de estímulo, companheirismo e camaradagem.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do IME, por compartilharem seu vasto saber e exigirem nada menos que a excelência.

A todos os integrantes do IME: professores, colegas, alunos, militares e servidores civis, em particular da SE-3.

A todos os meus familiares e amigos que fizeram e fazem parte da minha vida e levaram um pouco de mim mesmo e deixaram um pouco de si mesmos e me ajudaram na minha trajetória.

“O futuro pertence àqueles que acreditam na beleza dos seus sonhos.”

Anna Eleanor Roosevelt, política e primeira-dama norte-americana de 1933 a 1945.

“Ninguém descobre novas terras sem perder de vista a costa.”

André Gide, escritor francês, Prêmio Nobel de literatura de 1947.

“Há somente um bem, o conhecimento, e um mal, a ignorância.”

Sócrates, filósofo grego.

“Se em outras ciências devemos chegar à certeza sem dúvidas e à verdade sem erros, nos cabe dispor as fundações do conhecimento sobre a matemática.”

Roger Bacon, padre e filósofo inglês.

“A ‘mágica’ de um homem é a ‘engenharia’ de outro.”

Robert Heinlein, escritor norte-americano.

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	10
LISTA DE TABELAS	14
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS	15
1 INTRODUÇÃO	26
1.1 Estado da Arte	27
1.2 Caracterização do Problema	28
1.3 Organização da Dissertação	28
2 CONCEITOS BÁSICOS	30
2.1 Modelagem do Processamento de Sinais de um Radar MTI Pulsado	30
2.2 Processamento Adaptativo em Espaço-Tempo (<i>Space-Time Adaptive Processing - STAP</i>) de Sinais Radar	64
2.3 Métodos, Algoritmos e Desempenho para Processadores STAP de Dimensão Reduzida	87
3 FILTRO DE WIENER MULTISTÁGIOS COM IMPLEMENTAÇÃO DE HOUSEHOLDER APLICADO A RADAR STAP COM ARRANJO LINEAR UNIFORME	97
3.1 Modelagem do sistema	98
3.2 Aplicação do HMWF para redução de posto do filtro STAP	101
3.3 Simulações	103
3.4 Conclusão	118
4 FILTRO DE WIENER MULTISTÁGIOS COM IMPLEMENTAÇÃO DE HOUSEHOLDER APLICADO A RADAR STAP COM ARRANJO RETANGULAR	120
4.1 Modelagem do sistema	121
4.2 Simulações	125
4.3 Simulador de processador STAP de um radar fixo com arranjo planar	131

4.4	Conclusão	138
5	CONCLUSÃO	140
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	143
7	APÊNDICES	150
7.1	APÊNDICE 1: Glossário	151
7.1.1	Glossário	151

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG.2.1	(a) Geometria da plataforma. (b) Vista superior.	31
FIG.2.2	Filtragem de <i>front-end</i> de um elemento de antena.	34
FIG.2.3	Comparação entre diagramas em blocos de um Processador Radar Convencional e um Processador Radar STAP (KLEMM, 2008).	35
FIG.2.4	Cubo de dados CPI.	36
FIG.2.5	Exemplo de trem de pulsos LFM simples com $M = 5$ pulsos, $\tau_p = 16,7 \mu s$, $B \approx 3 MHz$ e $f_c = 10 GHz$ e com sobreposição da função $rect(t)$	47
FIG.2.6	Conceito de largura de banda equivalente de ruído de um filtro.	56
FIG.2.7	<i>Clutter</i> e dependência angular e Doppler para um radar <i>phased-array</i> planar, movendo-se em velocidade constante v	60
FIG.2.8	Espectro de potência em espaço-tempo de um radar MTI aerotransportado fictício. Observe-se a “crista” do clutter presentes nos lóbulos principal e secundários da antena.	68
FIG.2.9	Diagrama em blocos funcional de um processador em espaço-tempo para um dado <i>range gate</i> l	70
FIG.2.10	Visão geral sobre o fluxo de dados do processamento adaptativo em espaço-tempo.	71
FIG.2.11	Taxonomia de algoritmos STAP adaptativos de dimensionalidade reduzida. Perceba-se que muitos dos métodos podem ser combinados, resultando em novas técnicas (GUERCI, 2003).	88
FIG.2.12	Esquema genérico do processamento em posto reduzido.	91
FIG.2.13	Esquema genérico do processamento em posto reduzido.	93
FIG.2.14	Estrutura do MWF com restrições com MN elementos, $\mathbf{B}_i = \text{null}(\mathbf{s}) =$ matrizes de bloqueio, $d_i =$ sinais desejado, $\mathbf{h}_i =$ vetores unitários do vetor correlação cruzada, $w_i =$ ponderações escalares, $\varepsilon_i =$ erros entre os sinais desejados e bloqueados.	96
FIG.3.1	Espectro de Capon da matriz de covariância \mathbf{R}	104
FIG.3.2	Espectro de autovalores de \mathbf{R} e de $\hat{\mathbf{R}}$ estimada com $K = 5MN = 3200$ amostras	105

FIG.3.3	SINR normalizada, $\bar{\rho}$, do MVDR-SMI, curva dada pela EQ. (3.17) e resultado da EQ. (3.18) com 10 iterações de Monte Carlo.	106
FIG.3.4	SINR normalizada versus amostras de apoio, K , 10 iterações, PC, CSM, MWF e HMWF com posto 55.	107
FIG.3.5	SINR normalizada versus amostras de apoio, K , 10 iterações, PC, CSM, MWF e HMWF com posto 5.	108
FIG.3.6	SINR normalizada versus amostras de apoio, K , 10 iterações, PC, CSM, MWF e HMWF com posto 95.	108
FIG.3.7	SINR normalizada versus amostras de apoio, K , 10 iterações, PC, CSM, MWF e HMWF com posto 400.	109
FIG.3.8	P_D versus P_{FA} , $K = MN = 640$, 10 iterações, para $\xi_{tgt} = 0,5$ dB, $\vartheta_{tgt} = 0$ e $v_{tgt} = 60$ m/s, com $r_{HMWF} = 5$	110
FIG.3.9	P_D versus P_{FA} , $K = MN = 640$, 10 iterações, $\xi_{tgt} = 0,5$ dB, $\vartheta_{tgt} = 0$ e para $v_{tgt} = 60$ m/s, com $r_{HMWF} = 55$	111
FIG.3.10	P_D versus P_{FA} , $K = MN = 640$, 10 iterações, $\xi_{tgt} = 0,5$ dB, $\vartheta_{tgt} = 0$ e para $v_{tgt} = 60$ m/s, com $r_{HMWF} = 95$	111
FIG.3.11	P_D versus P_{FA} , $K = 20$, 10 iterações, $\xi_{tgt} = 0,5$ dB, $\vartheta_{tgt} = 0$ e para $v_{tgt} = 60$ m/s, com $r_{HMWF} = 5$	112
FIG.3.12	P_D versus P_{FA} , $K = 20$, 10 iterações, $\xi_{tgt} = 0,5$ dB, $\vartheta_{tgt} = 0$ e para $v_{tgt} = 60$ m/s, com $r_{HMWF} = 55$	112
FIG.3.13	P_D versus P_{FA} , $K = 20$, 10 iterações, $\xi_{tgt} = 0,5$ dB, $\vartheta_{tgt} = 0$ e para $v_{tgt} = 60$ m/s, com $r_{HMWF} = 55$	113
FIG.3.14	P_D versus P_{FA} , $K = 20$, 10 iterações, $\xi_{tgt} = 0,5$ dB, $\vartheta_{tgt} = 0$ e para $v_{tgt} = 60$ m/s, com $r_{HMWF} = 55$	113
FIG.3.15	Desempenho Doppler da perda de SINR, $K = 640$, 10 iterações, $\xi_{tgt} = 0,5$ dB, $\vartheta_{tgt} = 0$, com posto 5.	115
FIG.3.16	Desempenho Doppler da perda de SINR, $K = 640$, 10 iterações, $\xi_{tgt} = 0,5$ dB, $\vartheta_{tgt} = 0$, com posto 55.	115
FIG.3.17	Desempenho Doppler da perda de SINR, $K = 20$, 10 iterações, $\xi_{tgt} = 0,5$ dB, $\vartheta_{tgt} = 0$, com posto 5.	116
FIG.3.18	Número de multiplicações complexas versus número de estágios (posto) dos algoritmos HMWF e MWF, para $M = 40$, $N = 16$ e $K = MN = 640$ amostras de apoio.	117

FIG.3.19	Número de multiplicações complexas versus número de estágios (posto) dos algoritmos HMWF e MWF, para $M = 40$, $N = 16$ e $K = 20$ amostras de apoio.	117
FIG.4.1	Espectro de autovalores de \mathbf{R} e de $\hat{\mathbf{R}}$, estimada com $K = 5MN = 3200$ amostras	127
FIG.4.2	SINR normalizada versus amostras de apoio, K , 10 iterações, PC, CSM, MWF e HMWF com posto 55.	129
FIG.4.3	SINR normalizada versus amostras de apoio, K , 10 iterações, PC, CSM, MWF e HMWF com posto 5.	129
FIG.4.4	SINR normalizada versus amostras de apoio, K , 10 iterações, PC, CSM, MWF e HMWF com posto 16.	130
FIG.4.5	SINR normalizada versus amostras de apoio, K , 10 iterações, PC, CSM, MWF e HMWF com posto 400	130
FIG.4.6	P_D versus P_{FA} , $K = MN = 640$, 10 iterações, para $\xi_{tgt} = 0,5 dB$, azimute = 45° e $v_{tgt} = 100$ m/s, com $r_{HMWF} = 5$	132
FIG.4.7	P_D versus P_{FA} , $K = MN = 640$, 10 iterações, para $\xi_{tgt} = 0,5 dB$, azimute = 45° e $v_{tgt} = 100$ m/s, com $r_{HMWF} = 16$	132
FIG.4.8	P_D versus P_{FA} , $K = MN = 640$, 10 iterações, para $\xi_{tgt} = 0,5 dB$, azimute = 45° e $v_{tgt} = 100$ m/s, com $r_{HMWF} = 56$	133
FIG.4.9	P_D versus P_{FA} , $K = 20$, 10 iterações, para $\xi_{tgt} = 0,5 dB$, azimute = 45° e $v_{tgt} = 100$ m/s, com $r_{HMWF} = 5$	133
FIG.4.10	P_D versus P_{FA} , $K = 20$, 10 iterações, para $\xi_{tgt} = 0,5 dB$, azimute = 45° e $v_{tgt} = 100$ m/s, com $r_{HMWF} = 16$	134
FIG.4.11	P_D versus P_{FA} , $K = 20$, 10 iterações, para $\xi_{tgt} = 0,5 dB$, azimute = 45° e $v_{tgt} = 100$ m/s, com $r_{HMWF} = 56$	134
FIG.4.12	P_D versus P_{FA} , $K = 6$, 10 iterações, para $\xi_{tgt} = 0,5 dB$, azimute = 45° e $v_{tgt} = 100$ m/s, com $r_{HMWF} = 5$	135
FIG.4.13	P_D versus P_{FA} , $K = 6$, 10 iterações, para $\xi_{tgt} = 0,5 dB$, azimute = 45° e $v_{tgt} = 100$ m/s, com $r_{HMWF} = 16$	135
FIG.4.14	P_D versus P_{FA} , $K = 6$, 10 iterações, para $\xi_{tgt} = 0,5 dB$, azimute = 45° e $v_{tgt} = 100$ m/s, com $r_{HMWF} = 56$	136
FIG.4.15	Forma de onda transmitida, pulso LFM, $\tau_p = 2 \times 10^{-5}$ s, duty cycle 5%, largura de banda 6 MHz.	136

FIG.4.16	Sinal de eco recebido pelo elemento $(n_x, n_y) = (1, 1)$, alvo no alcance 10 km, $\sigma_{tgt} = 1,6 \text{ m}^2$	137
FIG.4.17	Diagrama ângulo-Doppler do sinal de alvo comprimido recebido pelo radar.	137
FIG.4.18	Sinal de eco comprimido recebido pelo elemento $(n_x, n_y) = (1, 1)$, Doppler <i>bin</i> $m = 1$, alvo no alcance 10 km, $\sigma_{tgt} = 1,6 \text{ m}^2$	138

LISTA DE TABELAS

TAB.2.1	Algoritmo do MWF	96
TAB.3.1	Algoritmo do HMWF	102
TAB.3.2	Operações complexas do HMWF e MWF	116

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

ABREVIATURAS

AOA	-	<i>Angle of arrival</i>
ADPCA	-	<i>Adaptive Displaced Centre Antenna</i>
CFAR	-	<i>Constant false alarm rate</i>
CPI	-	<i>Coherent processing interval</i>
CLMS	-	<i>Constrained Least Squares</i>
CNLMS	-	<i>Constrained Normalised Least Squares</i>
CNR	-	<i>Clutter-to-noise Ratio</i>
CSM	-	<i>Cross-spectral metric</i>
CW	-	<i>Continuous wave</i>
DFT	-	<i>Discrete Fourier Transform</i>
DL	-	<i>Diagonal Loading</i>
DoA	-	<i>Direction of arrival</i>
DoF	-	<i>Degrees of freedom</i>
DPCA	-	<i>Displaced phase centre antenna</i>
GMTI	-	<i>Ground moving target indicator</i>
GPS	-	<i>Global positioning system</i>
GSC	-	<i>Generalised sidelobe canceller</i>
HMWF	-	<i>Householder Multistage Wiener Filter</i>
ICM	-	<i>Intrinsic Clutter Motion</i>
iid	-	<i>independente e identicamente distribuído</i>
JNR	-	<i>Jammer-to-noise ratio</i>
LFM	-	<i>Linear frequency modulation</i>
MF	-	<i>Matched Filter</i>
MMSE	-	<i>Minimum Mean Square Error</i>
MSE	-	<i>Mean Square Error</i>
MTI	-	<i>Moving target indicator</i>
MVDR	-	<i>Minimum Variance Distortionless Response</i>
MWF	-	<i>Multistage Wiener Filter</i>
OTH	-	<i>Over-the-horizon</i>

PC	-	<i>Principal components</i>
PRF	-	<i>Pulse repetition frequency</i>
RCS	-	<i>Radar cross section</i>
RF	-	<i>radio-frequência</i>
RLS	-	<i>Recursive Least Squares</i>
RLT	-	<i>Reduced-rank linear transformation</i>
SAR	-	<i>Synthetic aperture radar</i>
SINR	-	<i>Signal-to-noise-plus-interference Ratio</i>
SMI	-	<i>Sample matrix inversion</i>
SNR	-	<i>Signal-to-noise ratio</i>
STAP	-	<i>Space-time adaptive processing</i>
SVD	-	<i>Singular value decomposition</i>
ULA	-	<i>Uniform linear array</i>

SÍMBOLOS

N	-	número de elementos em um arranjo de antenas.
M	-	número de PRIs ou amostras em <i>slow-time</i> em um CPI (número de Doppler <i>bins</i> em um CPI).
\mathbf{p}_n	-	vetor posição do alvo em relação ao n -ésimo elemento de um arranjo de antenas.
R_{tgt}	-	alcance do alvo (distância horizontal entre o alvo e a posição radar)
ϕ_{tgt}	-	ângulo de azimute do alvo.
θ_{tgt}	-	ângulo de elevação do alvo.
d_x	-	espaçamento entre elementos do arranjo de antenas ao longo da direção do eixo x .
d_y	-	espaçamento entre elementos do arranjo de antenas ao longo da direção do eixo y .
λ_c	-	comprimento de onda da portadora transmitida pelo radar.
t	-	tempo.
f	-	frequência.
R	-	alcance.
s	-	segundo.
m	-	metro.

m^2	- metro quadrado.
m/s	- metro por segundo.
Hz	- hertz.
kHz	- kilohertz.
MHz	- megahertz.
GHz	- gigahertz.
$^\circ$	- grau.
\mathbf{k}	- vetor unitário na direção principal de propagação das emissões do radar.
\mathbf{q}_n	- vetor posição do n -ésimo elemento de um arranjo de antenas em relação à origem do sistema de coordenadas.
L	- número de <i>range gates</i> ou amostras em <i>fast-time</i> de um CPI.
τ_{PRI}	- intervalo de repetição de pulsos (<i>pulse repetition interval - PRI</i>).
R_{max}	- alcance máximo não ambíguo nominal do radar.
R_{min}	- alcance mínimo do radar (raio cego).
c	- velocidade de propagação da luz no vácuo, 299.792.458 m/s.
T_s	- intervalos de amostragem em <i>fast-time</i> .
f_D	- frequência Doppler ou desvio Doppler.
τ_p	- largura do pulso transmitido.
τ_{CPI}	- Duração do CPI.
v_{max}	- velocidade máxima não ambígua.
B_D	- largura de banda Doppler.
R_{ua}	- alcance máximo não ambíguo.
Δf_D	- resolução Doppler.
Δv	- resolução em velocidade.
f_c	- frequência da portadora transmitida pelo radar.
rad	- radianos.
\mathbf{X}_l	- <i>snapshot</i> de espaço-tempo de espaço-tempo do l -ésimo <i>range gate</i> .
$\mathbf{x}_{st,l}$	- vetor <i>snapshot</i> de espaço-tempo do l -ésimo <i>range gate</i> .
$\mathbf{i}_{st,l}$	- componente de interferências do vetor <i>snapshot</i> de espaço-tempo do l -ésimo <i>range gate</i> .
\mathbf{y}_{tgt}	- <i>steering vector</i> de espaço-tempo do alvo.
α_{tgt}	- amplitude do sinal de eco.

$\mathbf{j}_{st,l}$	- componente de <i>jamming</i> do vetor <i>snapshot</i> de espaço-tempo do l -ésimo <i>range gate</i> .
$\mathbf{c}_{st,l}$	- componente de <i>clutter</i> do vetor <i>snapshot</i> de espaço-tempo do l -ésimo <i>range gate</i> .
$\mathbf{i}_{st,l}$	- componente de ruído do vetor <i>snapshot</i> de espaço-tempo do l -ésimo <i>range gate</i> .
\mathbf{w}	- vetor de ponderações do filtro STAP.
\mathbf{R}	- matriz de covariância de espaço-tempo.
\mathbf{R}_i	- matriz de covariância de espaço-tempo de interferências.
$\bar{\mathbf{x}}_{st}$	- média do vetor <i>snapshot</i> de espaço-tempo.
∞	- infinito.
\mathbf{H}	- matriz hermitiana.
\mathbf{T}	- matriz transposta.
$*$	- complexo conjugado.
$E[\cdot]$	- operador valor esperado.
H_i	- i -ésima hipótese.
$\hat{\mathbf{R}}$	- matriz de covariância de espaço-tempo estimada.
$\hat{\mathbf{R}}_i$	- matriz de covariância de espaço-tempo de interferências estimada.
dB	- decibel.
σ_{tgt}	- seção reta radar (<i>radar cross section</i> - <i>RCS</i> do alvo).
\mathbf{v}_{tgt}	- velocidade relativa do alvo em relação ao radar.
$\beta(t)$	- modulação em fase do pulso.
$\bar{s}(t)$	- sinal modulado sobre portadora.
$A(t)$	- amplitude do sinal.
B	- largura de banda da forma de onda do radar.
ΔR	- resolução em alcance do radar.
B_p	- largura de banda do pulso.
$\bar{s}(t)$	- sinal linearmente modulado em frequência.
ψ	- fase inicial aleatória da forma de onda radar.
$\text{rect}(t)$	- função retangular.
$\alpha_m(t)$	- modulação em amplitude do m -ésimo pulso.
$\beta_m(t)$	- modulação em fase do m -ésimo pulso.
N_x	- número de elementos do arranjo de antenas na direção do eixo x .

N_y	-	número de elementos do arranjo de antenas na direção do eixo y .
f_{tgt}	-	desvio Doppler do sinal de eco do alvo.
$\bar{r}_n(t)$	-	sinal de eco do alvo modulado sobre portadora recebido pelo n -ésimo elemento do arranjo de antenas.
$s_{LFM}(t)$	-	envoltória complexa da forma de onda transmitida pelo radar.
τ_n	-	retardo temporal do sinal de eco recebido pelo n -ésimo elemento.
τ_{tgt}	-	intervalo temporal entre a transmissão da forma de onda do radar e a recepção do sinal de eco.
τ'_n	-	retardo temporal relativo à diferença de fase do n -ésimo elemento do arranjo de antenas.
ϑ_{tgt}	-	vetor de frequências espaciais do alvo.
$\vartheta_{tgt,x}$	-	frequência espacial do alvo em relação ao eixo x .
$\vartheta_{tgt,y}$	-	frequência espacial do alvo em relação ao eixo y .
$h_{MF}(t)$	-	resposta do filtro casado no domínio do tempo.
$\xi(t, f)$	-	função de ambiguidade.
ϖ_{tgt}	-	frequência temporal do alvo.
max	-	máximo.
\int	-	operador integração.
\sum	-	somatório.
$ \cdot $	-	operador valor absoluto de escalar.
ξ_l	-	relação sinal-ruído (<i>signal-to-noise ratio</i> - <i>SNR</i>) do sinal de eco do l -ésimo <i>range gate</i> .
SNR_{tgt}	-	relação sinal-ruído (<i>signal-to-noise ratio</i> - <i>SNR</i>) do sinal de eco.
P_{tx}	-	potência de transmissão do radar.
$G_{tx}(\theta, \phi)$	-	ganho total da antena transmissora.
$G_{rx}(\theta, \phi)$	-	ganho total da antena receptora.
$g(\theta, \phi)$	-	ganho individual de um elemento do arranjo de antenas.
L_s	-	perdas do sistema do radar.
N_0	-	potência média de ruído.
$L_a(R)$	-	perdas atmosféricas em função do alcance R .
n_t	-	desvio padrão do ruído.
$\mathbf{a}(\vartheta_{tgt})$	-	<i>steering vector</i> espacial do alvo.
$\mathbf{b}(\varpi_{tgt})$	-	<i>steering vector</i> temporal do alvo.

\otimes	- produto de Kronecker.
\mathbf{x}_{tgt}	- <i>snapshot</i> de espaço-tempo do alvo.
$\delta(\mathbf{m})$	- função delta de Kronecker.
\mathbf{I}_i	- matriz identidade de dimensão $i \times i$.
\mathbf{R}_n	- matriz de covariância de espaço-tempo de ruído.
k	- constante de Boltzmann, $1,38 \times 10^{-23}$ J/K.
J	- joule.
K	- kelvin.
W	- watt.
T_n	- temperatura equivalente da fonte de ruído em kelvins.
B_n	- largura de banda equivalente de ruído.
$H(f)$	- função de transferência do filtro casado.
J_0	- densidade espectral de potência do interferidor recebida por um elemento do arranjo de antenas.
S_{jam}	- densidade de potência efetiva irradiada pelo interferidor.
L_{rx}	- perdas totais do radar em recepção.
θ_{jam}	- ângulo de elevação do interferidor.
ϕ_{jam}	- ângulo de azimute do interferidor.
R_{jam}	- alcance do interferidor.
ξ_{jam}	- relação <i>jammer</i> -ruído de um elemento de antena.
JNR	- relação <i>jammer</i> -ruído.
\mathbf{a}_{jam}	- <i>steering vector</i> espacial do interferidor.
\mathbf{b}_{jam}	- <i>steering vector</i> temporal do interferidor.
\mathbf{x}_{jam}	- <i>snapshot</i> de espaço-tempo do <i>jamming</i> .
\mathbf{R}_{jam}	- matriz de covariância de espaço-tempo do <i>jamming</i> .
Φ_{jam}	- matriz de covariância espacial do <i>jamming</i> .
J	- matriz dos <i>steering vectors</i> espaciais do <i>jamming</i> .
Ξ_{jam}	- matriz de distribuição de potência dos interferidores.
ρ_{jam}	- posto da matriz de covariância espacial do <i>jamming</i> .
r_{jam}	- posto da matriz de covariância de espaço-tempo do <i>jamming</i> .
$\text{rank}(\cdot)$	- posto de uma matriz.
$\mathbf{x}_{clu,p}$	- <i>snapshot</i> de espaço-tempo do p -ésimo <i>clutter patch</i> .
$\zeta_{clu,p}^2$	- potência do p -ésimo <i>clutter patch</i> .

$\mathbf{a}_{clu,p}$	-	<i>steering vector</i> espacial do p -ésimo <i>clutter patch</i> .
$\mathbf{b}_{clu,p}$	-	<i>steering vector</i> temporal do p -ésimo <i>clutter patch</i> .
$f_{D,p}^{clu}$	-	desvio Doppler do p -ésimo <i>clutter patch</i> .
$\theta_{clu,p}$	-	ângulo de elevação do p -ésimo <i>clutter patch</i> .
$\phi_{clu,p}$	-	ângulo de azimute do p -ésimo <i>clutter patch</i> .
\mathbf{x}_{jam}	-	<i>snapshot</i> de espaço-tempo do <i>clutter</i> .
\mathbf{R}_{jam}	-	matriz de covariância de espaço-tempo do <i>clutter</i> .
\mathbf{C}	-	matriz dos <i>steering vectors</i> espaciais do <i>clutter</i> .
Ξ_{jam}	-	matriz de distribuição de potência dos <i>clutter patches</i> .
r_{clu}	-	posto da matriz de covariância de espaço-tempo do <i>clutter</i> .
β	-	inclinação da crista de <i>clutter</i> .
$\lfloor \cdot \rfloor$	-	arredondamento para o inteiro inferior.
ϑ_{clu}	-	vetor de frequências espaciais do <i>clutter</i> .
\mathbf{v}_p	-	vetor velocidade da plataforma radar.
ϖ_{clu}	-	frequência temporal do <i>clutter</i> .
CNR	-	relação <i>clutter</i> -ruído.
\mathbf{v}_{clu}	-	<i>steering vector</i> de espaço-tempo do <i>clutter</i> .
$SINR$	-	relação sinal-ruído-mais-inteferência.
$SINR_o$	-	relação sinal-ruído-mais-inteferência ótima.
\mathbf{w}_{MVDR}	-	vetor de ponderações do filtro MVDR de espaço-tempo.
K	-	número de amostras de apoio.
\mathcal{K}	-	conjunto finito de amostras de apoio.
\odot	-	produto de Hadamard.
\mathbf{t}	-	vetor de janelamento.
\mathbb{C}	-	conjunto dos números complexos.
\mathbb{R}_+^N	-	conjunto dos números reais de ordem N não negativos.
\in	-	pertence a.
\mathbf{s}	-	<i>steering vector</i> do sinal de referência.
$P(\mathbf{f}, \psi)$	-	<i>power pattern</i> .
$\nabla_{\mathbf{w}}$	-	gradiente com respeito ao vetor \mathbf{w} .
ϵ	-	multiplicador de Lagrange.
ρ	-	relação sinal-ruído-mais-interferência normalizada.
MSE	-	erro quadrático médio.

$MMSE$	-	mínimo erro quadrático médio.
$!$	-	fatorial.
$\Gamma(\cdot)$	-	função gama.
L_{SINR}	-	perda de relação sinal-ruído-mais-interferência.
SNR_{max}	-	relação sinal-ruído máxima.
$SINR_{in}$	-	ganho relativo à relação sinal-ruído-mais-interferência de um elemento do arranjo de antenas para um dado pulso.
I_{SINR}	-	fator de melhoria de relação sinal-ruído-mais-interferência.
$SINR(f_m)$	-	desempenho Doppler.
P_D	-	probabilidade de detecção.
γ	-	limiar de detecção.
$\underset{\geq H_0}{\overset{H_1}{\leq}}$	-	teste de hipóteses binário.
$p_z(\mathbf{Z} \mathbf{A})$	-	probabilidade de \mathbf{Z} condicionada a \mathbf{A} .
P_{FA}	-	probabilidade de falso alarme.
\ln	-	logaritmo neperiano ou natural.
$I_0(\cdot)$	-	função de Bessel de primeira espécie.
$Q_1(\zeta, \eta)$	-	função Q de Marcum de primeira ordem.
\mathbf{T}	-	matriz de transformação linear de posto reduzido.
λ_k	-	autovalores da matriz de covariância de espaço tempo estimada.
\mathbf{v}_k	-	autovetores da matriz de covariância de espaço tempo estimada.
\mathbf{T}_{PC}	-	matriz de transformação linear de posto reduzido do método de componentes principais.
r_{PC}	-	redução de posto do método de componentes principais.
$\mathbf{V}_{r,PC}$	-	matriz de autovetores de posto reduzido do método de componentes principais.
\mathbf{B}	-	matriz de bloqueio da estrutura do cancelador de lóbulo secundário.
\mathbf{d}_0	-	sinal de referência da estrutura do cancelador de lóbulo secundário.
$\hat{\mathbf{d}}_0$	-	estimativa do sinal de referência da estrutura do cancelador de lóbulo secundário.
Λ	-	matriz diagonal dos autovalores da matriz de covariância de espaço-tempo.
\mathbf{V}	-	matriz dos autovetores da matriz de covariância de espaço-tempo.

\mathbf{h}	-	vetor unitário na direção do sinal de referência na estrutura do cancelador de lóbulo secundário.	
\prod	-	produtório.	
\mathbf{T}_{MWF}	-	matriz de transformação linear de posto reduzido do filtro de Wiener multiestágios.	
\mathbf{w}_{MWF}	-	vetor de ponderações do filtro de Wiener multiestágios.	
r_{MWF}	-	redução de posto do filtro de Wiener multiestágios.	- combinaç
\mathbf{v}_i	-	refletor de Householder.	- espaço nu
\mathbf{H}	-	matriz de refletores de Householder.	
\mathbf{T}_{HMWF}	-	matriz de transformação linear de posto reduzido do filtro de Wiener multiestágios com implementação de Householder.	
r_{HMWF}	-	redução de posto do filtro de Wiener multiestágios com implementação de Householder.	
$S_C(\vartheta, f)$	-	espectro de Capon.	
n_{MC}	-	número de iterações de Monte Carlo.	
N_j	-	número de interferidores.	
%	-	por cento.	
DL	-	carregamento diagonal (<i>diagonal loading</i>).	

RESUMO

Uma das principais aplicações do processamento adaptativo de espaço-tempo (*space-time adaptive processing* - STAP) é a detecção de alvos por sistemas de radar de busca e vigilância, notadamente para radares aerotransportados e possivelmente em presença de sinais interferentes fortes. Todavia, o crescente número de elementos empregados na construção de arranjos de antenas (como nas denominadas *phased array antennas*) produz um volume de dados de processamento que inviabiliza a implementação prática de processamento de posto completo e limita a aplicabilidade de técnicas de posto reduzido quando são consideradas a atual tecnologia de hardware e os requisitos de sistemas de tempo-real. Este trabalho propõe-se a pesquisar e especializar um método de redução de posto por transformação linear (*reduced-rank linear transformation* - RLT) adaptativa, dependente de sinal, ao processamento de espaço-tempo de sistemas de radar. Verificar-se-á a redução de complexidade computacional resultante da aplicação do método RLT selecionado, bem como seu desempenho em termos de outras métricas do STAP será comparado com outras técnicas de redução de posto disponíveis na literatura. A aplicação do método ao STAP será particularizada ao cenário de uma plataforma radar fixa em presença de *clutter* e *jamming* intensos, a fim de verificar o ganho de desempenho com vistas a futuras aplicações práticas.

Palavras-chave: Processamento Adaptativo de Espaço-tempo (STAP). Processamento em posto reduzido. Filtro de Wiener multiestágios. Refletores de Householder. Arranjo planar. Radar de plataforma fixa.

ABSTRACT

One of the key applications of space-time adaptive processing (STAP) is the detection of targets by surveillance radar systems, most notably by airborne radars and possibly in presence of strong interference signals. Notwithstanding, the evergrowing numbers of element used to build phased array antennas yields an amount of processing data that prevents practical implementation of full-rank processing and imposes a limit to the applicability of reduced-rank techniques as far as hardware technology and real-time systems requirements are concerned. This piece of work proposes the application of an adaptive and signal dependent reduced-rank linear transformation (RLT) method to radar systems space-time processing. One will verify the computational complexity reduction resulting from the application of the method, as well as its performance in terms of STAP metrics will be compared with other established reduced-rank techniques available in the literature. The application of the method to STAP will be particularised to the scenario of a fixed radar platform in presence of strong clutter and jamming scenario, in order to verify the performance gain aiming at future practical applications.

Keywords: Space-time Adaptive Processing (STAP). Reduced-rank processing. Multistage Wiener filter. Householder reflectors. Planar array. Fixed platform radar.

1 INTRODUÇÃO

Esta dissertação trata da aplicação do processamento de arranjos de sensores a sistemas de radar. Mais especificamente, aborda a intersecção dos problemas de processamento de espaço-tempo de sinais de radar e de processamento de posto reduzido.

O processamento de espaço-tempo, usualmente referido como processamento adaptativo de espaço-tempo (*space-time adaptive processing* - STAP) é empregado em problemas de detecção, rastreamento e imageamento em radares (RICHARDS, 2014). O trabalho proposto se ocupará do problema de detecção em sistemas de radar de varredura eletrônica.

O STAP, consiste na exploração conjunta da dependência espacial (angular) e temporal (desvio Doppler) dos alvos de interesse a serem detectados por um sistema de radar e dos sinais interferentes a serem cancelados, para obter ganho de desempenho no processamento dos sinais de radar em relação ao processamento de sinais convencional, i.e., filtragens espacial e temporal sequenciais e disjuntas.

Não obstante o processamento de sinais de um sistema de radar convencional seja suficiente para a supressão de alvos fixos por plataforma radar fixas, o emprego de um processamento 2D (bidimensional), i.e. o STAP, por um radar fixo, e.g., um radar de vigilância aérea, permanece atrativo na presença de interferências cujos parâmetros estatísticos não são conhecidos a priori, conforme demonstrado experimentalmente em (FARINA, 2004). A aplicação do STAP por uma plataforma fixa na presença de níveis elevados de interferência não foi explorada pela literatura. Tal fato, aliado à potencial aplicação em projetos de radares fixos militares e civis em curso ou a médio e longo prazo, enseja maiores estudos nesse cenário.

O problema de redução da dimensão dos dados recebidos no processamento de espaço-tempo atrai cada vez mais o interesse de novas pesquisas, haja vista o crescente número de elementos sensores em arranjos de antenas produzir volumes de dados desafiadores para o processamento de sinais, especialmente quando se contempla a aplicação em sistemas operando em tempo real. Todavia, outra motivação relevante, que também direciona a pesquisa atual sobre o problema de processamento de posto reduzido reside na escassez de

dados de apoio para a estimação de parâmetros estatísticos em ambientes realistas com a presença de interferência não estacionária (WARD, 1994). As técnicas de posto reduzido são capazes de sobrepujar a insuficiência de dados de apoio decorrelacionados do sinal do alvo de interesse para estimar a matriz de covariância das interferências. Graças à aplicação dessas técnicas, essa matriz torna-se inversível, possibilitando a filtragem de espaço-tempo. Além disso, as técnicas de posto reduzido resultam, em algumas situações, em um desempenho superior às técnicas de posto completo (WARD, 1994).

1.1 ESTADO DA ARTE

Alguns algoritmos subótimos têm atraído muito interesse por apresentar desempenho superior a técnicas de posto completo e viabilizarem aplicações práticas (HIEMSTRA, 2002; de OLIVEIRA, 2016). A técnica de redução de posto estatística por transformação linear adaptativa mais popular empregada por aplicações de *beamforming* é o Filtro de Wiener Multiestágios (*multistage Wiener filter* - MWF) (GOLDSTEIN, 1990; de OLIVEIRA, 2016), que faz uso de um subespaço de Krylov de dimensionalidade reduzida no qual é projetada a componente do sinal de interesse. Uma das implementações da sua matriz de bloqueio pode ser implementada de forma eficiente empregando a transformação de Householder (de CAMPOS, 2002; WERNER, 2007; YANG, 2013).

Entre os algoritmos subótimos, a família de algoritmos de redução de posto por interpolação e dizimação também pode ser destacada por suas aplicações em sistemas de radar (FA, 2010b,a; de OLIVEIRA, 2016), entre outras. Em razão das condicionantes impostas pelos cenários reais, nos quais os dados de apoio são em sua maior parte não estacionários, há necessidade de algoritmos de filtragem adaptativa de convergência rápida. Por outro lado, cenários com alvos densa ou esparsamente dispostos demandam que esses filtros adaptativos sejam robustos, de modo que as pesquisas atuais se concentram sobre técnicas que reünam ambas as características: convergência rápida e robustez (GOLDSTEIN, 2008).

A metodologia de ponderação e reiteração suaves (*soft weighting and reiteration* - SWR) a canceladores de lóbulos secundários adaptativos em cascata como o de Gram-Schmidt (*Gram-Schmidt Cascaded Cancellor* - GSCC), o cancelador em cascata reiterativo de medianas (*Reiterative Median Cascaded Cancellor* - RMCC) e o MWF produzem convergência rápida, decorrente da redução de posto, robustez e níveis de lóbulos secundários

quase ótimos (GOLDSTEIN, 2008).

1.2 CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

Objetiva-se especializar uma técnica de redução de posto por transformação linear (*reduced-rank linear transformation* - RLT) adaptativa dependente de sinal para a inversão da matriz de covariância das interferências de modo a viabilizar o processamento adaptativo de espaço-tempo (STAP) em sistema de radar. Espera-se obter redução de complexidade computacional e ganho de desempenho em relação às técnicas de posto completo para estimação de covariância. A especialização da técnica proposta será particularizada para o cenário de sistemas de radar fixos na presença de elevados níveis de interferência, com vistas a futuras aplicações práticas.

1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação está dividida entre duas aplicações da implementação de método de redução de dimensionalidade de filtros de espaço-tempo. A primeira aplicação envolve a simulação da implementação de método de redução de posto a um filtro de espaço-tempo de um radar *phased-array* aerotransportado dotado de um arranjo linear. A segunda aplicação aborda a simulação da implementação do mesmo método de redução de posto da primeira aplicação a um filtro de espaço-tempo de um radar *phased-array* terrestre com arranjo planar retangular e da simulação do processamento do receptor desse sistema de radar.

Ambos os tópicos abrangem o processamento de espaço-tempo, portanto realizou-se, no Capítulo 2 uma introdução ao STAP. É apresentado o modelo de sinal de radiofrequência (RF) geral e desenvolvido o modelo de sinal de espaço-tempo usado nessa dissertação. Também são derivadas figuras de mérito e métricas relevantes para avaliação do desempenho dos filtros de espaço-tempo, além de serem abordadas técnicas de filtragem STAP de posto completo e reduzido. Esse capítulo compõe uma base teórica para o entendimento do restante da dissertação.

No Capítulo 3 é realizada uma introdução ao processamento de espaço tempo especializado para aplicação por radares móveis com arranjos lineares uniformes e é apresentada a aplicação do método de filtragem de posto reduzido HMWF nesse cenário. São apre-

sentadas simulações computacionais e comparados resultados do desempenho do HMWF com outras técnicas de redução de posto conhecidas. Embora a aplicação do HMWF a filtros STAP tenha sido sugerida em trabalhos anteriores, não se identificou, em pesquisa realizada na literatura, a sua efetiva implementação ao STAP.

No Capítulo 4 é explorada a aplicação do método HMWF a um radar fixo com arranjo planar retangular. São apresentados os resultados de simulações computacionais e comparações de desempenho com outros métodos de redução de posto e entre a filtragem de espaço-tempo e as filtrações espacial e temporal convencionais.

O Capítulo 5 revisa algumas das conclusões obtidas nesta dissertação, destacando as contribuições alcançadas:

- aplicação, pela primeira vez até onde se tenha averiguado, um método de redução de posto proposto anteriormente ao processamento de espaço-tempo;
- aplicação do mesmo método de redução de posto a um filtro de espaço-tempo de um arranjo planar retangular;
- modelagem do processamento de espaço-tempo para um filtro de um arranjo planar retangular;
- proposta de um simulador de receptor de processador de espaço-tempo de um radar com arranjo planar retangular;

e apresentando possibilidade de trabalhos posteriores e de temas de estudo a serem explorados.

2 CONCEITOS BÁSICOS

O presente capítulo está organizado conforme apresentado a seguir. A Seção 2.1 apresenta a modelagem em espaço-tempo da forma de onda radar transmitida e do sinal de eco correspondente, bem como a modelagem em espaço-tempo dos sinais interferentes (ruído, *jamming* e *clutter*). Na Seção 2.2 é apresentada a técnica de processamento adaptativo em espaço-tempo (*space-time adaptive processing* - STAP) e suas métricas de desempenho, aplicadas ao caso particular de um radar MTI (*moving target indicator*) fixo operando em ambiente com elevado nível de interferência. Por fim, na Seção 2.3 serão apresentados métodos para implementação do STAP sub-ótimo e seu desempenho será discutido e comparado com técnicas já conhecidas, que compõem o estado da arte da implementação de filtros STAP computacionalmente eficientes. Adicionalmente, serão abordados fatores que afetam o desempenho de algoritmos STAP de maneira geral e quando aplicados ao caso de particular interesse de um radar MTI fixo.

2.1 MODELAGEM DO PROCESSAMENTO DE SINAIS DE UM RADAR MTI PULSADO

Modela-se um radar Doppler pulsado para aplicações terrestres com operação fixa. A antena do radar é um arranjo planar uniforme de geometria retangular, composto por N elementos. A orientação espacial arbitrada para o sistema é apresentada na FIG. 2.1.

A plataforma radar situa-se no solo, na origem do sistema de coordenadas cartesianas da FIG. 2.1 e o alvo, cuja posição em relação ao n -ésimo elemento de antena é definida pelo vetor \mathbf{p}_n , com alcance R_{tgt} , com azimuth ϕ_{tgt} e com elevação θ_{tgt} em relação ao centro do arranjo da antena. Os elementos estão dispostos em um arranjo retangular com espaçamentos interelementos d_x e d_y , respectivamente, paralelamente aos eixos x e y da FIG. 2.1. No restante da presente Proposta de Dissertação, assumir-se-á que $d_x = d_y = \lambda/2 = d$, onde λ é o comprimento de onda da portadora do sinal radar transmitido. A posição individual do n -ésimo elemento do arranjo em relação ao seu centro é definida pelo vetor \mathbf{q}_n . O vetor unitário \mathbf{k} aponta na direção principal de propagação

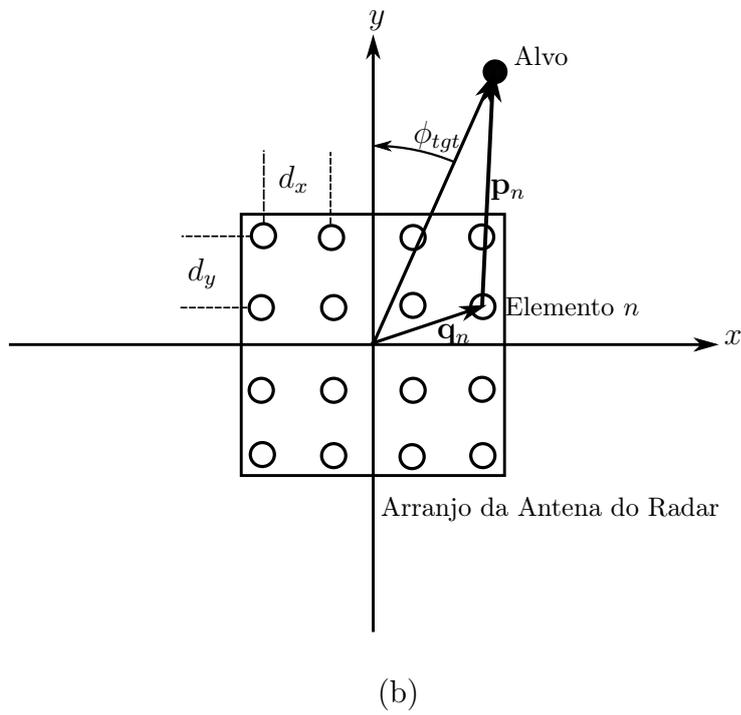
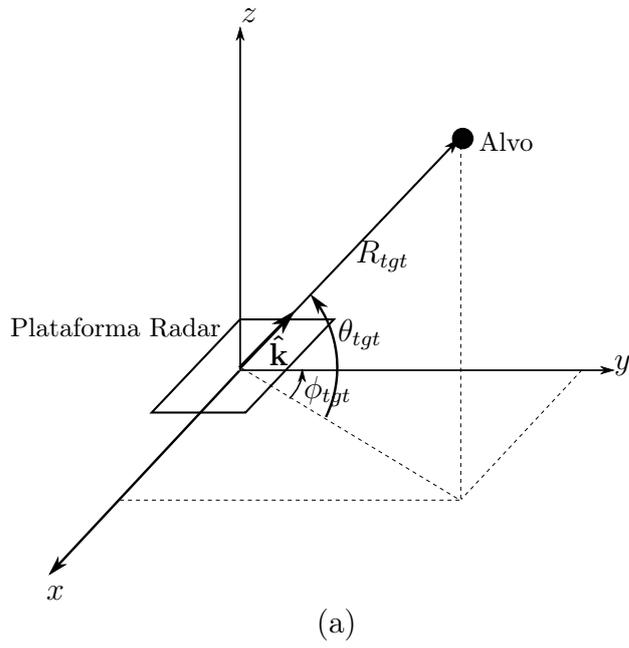


FIG. 2.1: (a) Geometria da plataforma. (b) Vista superior.

das emissões radar:

$$\mathbf{k}(\theta, \phi) = \cos \theta \sin \phi \mathbf{x} + \cos \theta \cos \phi \mathbf{y} + \sin \theta \mathbf{z}, \quad (2.1)$$

em que \mathbf{x} , \mathbf{y} e \mathbf{z} são vetores unitários de um sistema de coordenadas cartesianas.

Assume-se que os elementos do arranjo são omnidirecionais e idênticos, de forma que o *beam pattern* de transmissão para o arranjo, $B(\theta, \phi)$, pode ser obtido pela seguinte expressão (Van TREES, 2002)

$$B(\theta, \phi) \triangleq \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta, \phi) = e^{-j \left(\frac{N_x-1}{2} \frac{2\pi}{\lambda} d_x \cos \theta \sin \phi + \frac{N_y-1}{2} \frac{2\pi}{\lambda} d_y \cos \theta \cos \phi \right)} \times \sum_{p=0}^{N_x-1} \sum_{q=0}^{N_y-1} w_{pq}^* e^{j \left(p \frac{2\pi}{\lambda} d_x \cos \theta \sin \phi + q \frac{2\pi}{\lambda} d_y \cos \theta \cos \phi \right)}, \quad (2.2)$$

onde N_x e N_y são, respectivamente, os números de elementos em cada linha e em cada coluna do arranjo de antenas, $\mathbf{a}(\theta, \phi)$ é o *steering vector* espacial que reúne os retardos introduzidos no sinal recebido por cada um dos elementos do arranjo de antenas em relação à origem do sistema de coordenadas da FIG. 2.1, em função da sua geometria:

$$\mathbf{a}(\theta, \phi) = \begin{bmatrix} e^{-j \left(\frac{N_x-1}{2} \frac{d_x}{\lambda} \cos \theta \sin \phi + \frac{N_y-1}{2} \frac{d_y}{\lambda} \cos \theta \cos \phi \right)} \\ e^{j \left[\left(1 - \frac{N_x-1}{2} \right) \frac{d_x}{\lambda} \cos \theta \sin \phi - \frac{N_y-1}{2} \frac{d_y}{\lambda} \cos \theta \cos \phi \right]} \\ \dots \\ e^{j \left[\left(N_x-1 - \frac{N_x-1}{2} \right) \frac{d_x}{\lambda} \cos \theta \sin \phi - \frac{N_y-1}{2} \frac{d_y}{\lambda} \cos \theta \cos \phi \right]} \\ e^{-j \left[\frac{N_x-1}{2} \frac{d_x}{\lambda} \cos \theta \sin \phi + \left(1 - \frac{N_y-1}{2} \right) \frac{d_y}{\lambda} \cos \theta \cos \phi \right]} \\ \dots \\ e^{-j \left[\left(N_x-1 - \frac{N_x-1}{2} \right) \frac{d_x}{\lambda} \cos \theta \sin \phi + \left(1 - \frac{N_y-1}{2} \right) \frac{d_y}{\lambda} \cos \theta \cos \phi \right]} \\ \dots \\ e^{-j \left[\left(p - \frac{N_x-1}{2} \right) \frac{d_x}{\lambda} \cos \theta \sin \phi + \left(q - \frac{N_y-1}{2} \right) \frac{d_y}{\lambda} \cos \theta \cos \phi \right]} \\ \dots \\ e^{j \left(\frac{N_x-1}{2} \frac{d_x}{\lambda} \cos \theta \sin \phi + \frac{N_y-1}{2} \frac{d_y}{\lambda} \cos \theta \cos \phi \right)} \end{bmatrix}_{N_x N_y \times 1}, \quad (2.3)$$

e $\mathbf{w} = [w_{0,0} \ \dots \ w_{N_x-1,0} \ w_{0,1} \ \dots \ w_{N_x-1,1} \ \dots \ w_{n,m} \ \dots \ w_{N_x-1,N_y-1}]^T \in \mathbb{C}^{N_x N_y \times 1}$ é o vetor de ponderação complexo que contém os pesos que atuam sobre os sinais recebidos por cada um dos elementos do arranjo, que resultam no *beam pattern* $B(\theta, \phi)$. O sobrescrito T indica a transposição do vetor. O *power pattern* de transmissão do arranjo

é expresso por $P(\theta, \phi) = |B(\theta, \phi)|^2$.

O radar transmite uma sequência de M pulsos coerentes de mesma duração, τ_p , com frequência de repetição de pulsos (*pulse repetition frequency - PRF*) constante, $f_{PRF} = 1/\tau_{PRI}$, onde τ_{PRI} é o intervalo de repetição de pulsos (*pulse repetition interval - PRI*). A frequência da portadora do radar é $f_c = c/\lambda$, onde c é a velocidade de propagação da onda eletromagnética. O intervalo temporal decorrido entre a emissão de dois pulsos consecutivos é também denominado *range gate* (ou *range bin* ou, ainda, célula de alcance), por mapear o alcance não ambíguo do radar em cada instante de tempo do intervalo. O intervalo temporal composto pelos *range gates* dos M pulsos que compõem a forma de onda radar é denominado intervalo de processamento coerente (*coherent processing interval - CPI*), cuja duração é, naturalmente, igual a $\tau_{CPI} = M\tau_{PRI}$. O CPI não se confunde como *dwell time*, que corresponde ao tempo de iluminação do alvo pelo feixe principal transmitido pelo radar durante uma varredura azimutal, de forma que o intervalo de um *dwell time* pode conter vários CPIs.

Se o eco do m -ésimo pulso de um alvo situado no alcance R é recebido simultaneamente ao eco do pulso anterior, produzido por um alvo situado no alcance $R + cT/2$, onde T é o tempo de propagação do sinal radar somado ao tempo de retorno do eco do alvo em questão, diz-se que os alcances de ambos os alvos são ambíguos, pois somente um sinal de eco é recebido pelo radar relativo ao alcance $R + lcT/2$, onde l é desconhecido. O conceito de ambiguidade também se estende à determinação da velocidade, pois se o desvio Doppler, que corresponde à variação em frequência no espectro dos sinais de eco devido ao movimento dos alvos e cujo sinal positivo ou negativo indica o afastamento ou aproximação do radar, de um alvo for F , tal que tal que $|F| \geq PRF/2$, o desvio Doppler aparente desse alvo será $F' = F + kPRF$, sendo k um valor que resulte em $|F'| \leq PRF/2$, de forma que, embora a velocidade processada pelo radar será F' ao invés de F . Há métodos de processamento de sinais para resolução das ambiguidades, sendo o mais simples a escolha de um PRI tal que a maioria ou todas as ambiguidades sejam evitadas a priori.

Na recepção, cada elemento do arranjo possui seus próprios demodulador (*down-converter*), filtro casado e conversor A/D (analógico-digital), conforme apresentado na FIG. 2.2.

Como o receptor implementa um filtro casado, a largura de banda do receptor B é igualada à de um pulso transmitido, a fim de que o retorno de cada pulso seja filtrado

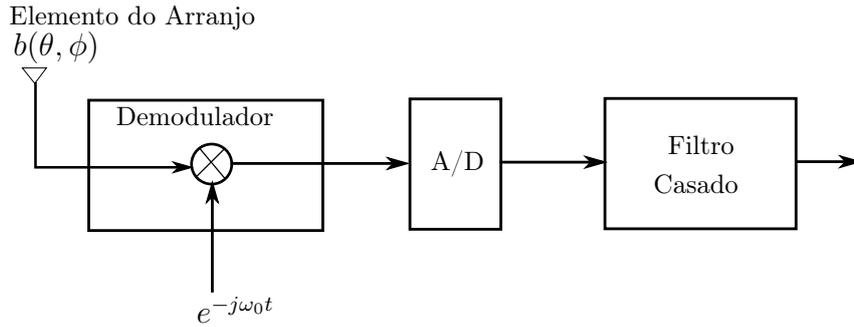


FIG. 2.2: Filtragem de *front-end* de um elemento de antenna.

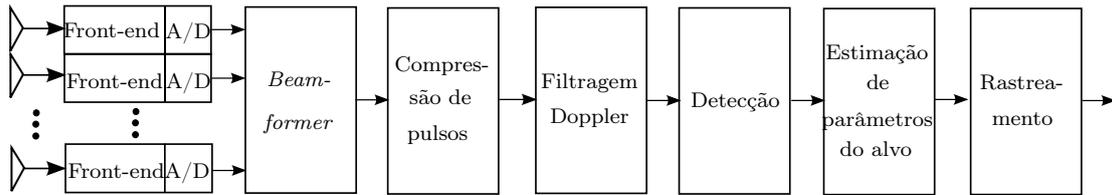
separadamente, então amostrado pelo conversor A/D e disponibilizado ao processador digital do receptor. O processador digital, por sua vez, executa as próximas etapas do processamento de sinais e de dados, conforme apresentado na FIG. 2.3.

Para cada PRI, L amostras temporais são coletadas, mapeando o alcance de operação do radar. Com M pulsos e N canais de recepção, os dados contidos em um CPI consistem em LMN amostras complexas em banda base. Esse conjunto ou "cubo" de dados pode ser esquematizado como uma estrutura tridimensional $L \times M \times N$ de amostras complexas, denominado cubo de dados CPI ou cubo de dados radar, conforme ilustrado pela FIG. 2.4.

O conjunto de amostras obtidas do mesmo sensor e o próximo pulso é armazenado na segunda linha da mesma camada e assim por diante. Considere-se que x_{nml} seja uma amostra complexa referente ao n -ésimo elemento do arranjo, ao m -ésimo pulso e à l -ésima amostra temporal (*range gate*). A dimensão l de x_{nml} , na FIG. 2.4 é chamada de *fast-time* (*tempo rápido*), enquanto a dimensão horizontal, m , é chamada de *slow-time* (*tempo lento*) devido à diferença geralmente elevada nos intervalos de amostragem entre amostras de dados em linhas sucessivas de uma dada coluna e as amostras em colunas sucessivas em uma dada linha. A dimensão vertical, n , representa a amostragem espacial. O CPI, desta forma, consiste em um modelo que permite identificar a inter-relação entre diferentes operações básicas de processamento de sinais de radar, que correspondem ao processamento de subvetores unidimensionais ou de submatrizes bidimensionais do cubo de dados.

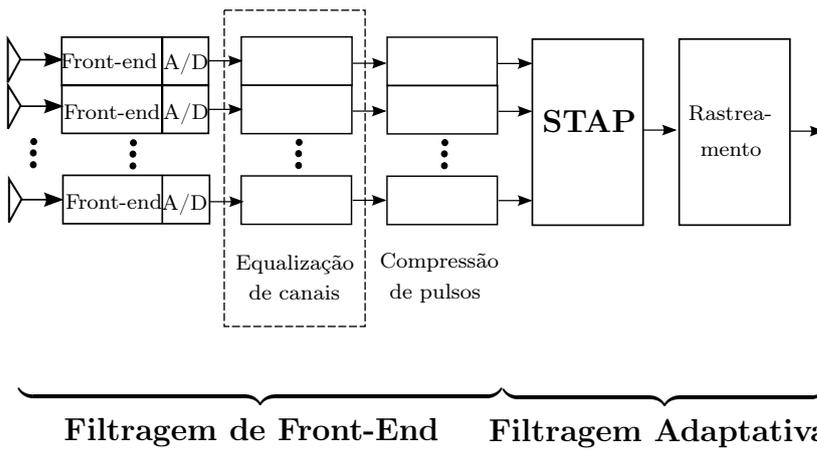
A quantidade de amostras temporais em *fast-time*, L , com espaçamento T_s , é determinada pelos alcances mínimo e máximo não ambíguos do radar e pela resolução espacial do

Radar Convencional Não Adaptativo



(a)

Radar de Processamento Adaptativo em Espaço-Tempo



(b)

FIG. 2.3: Comparação entre diagramas em blocos de um Processador Radar Convencional e um Processador Radar STAP (KLEMM, 2008).

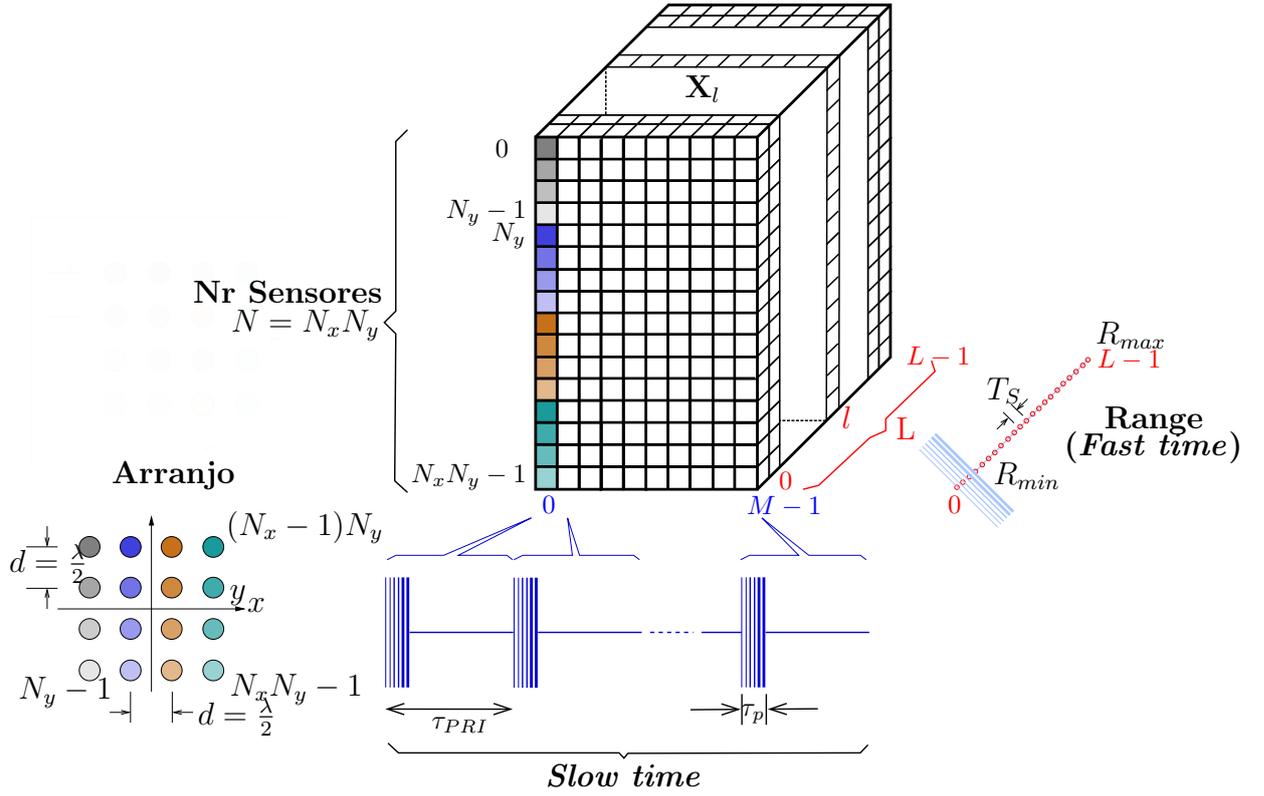


FIG. 2.4: Cubo de dados CPI.

radar. O PRI é determinado pelo alcance máximo não ambíguo nominal do radar R_{max}

$$R_{max} = \frac{2\tau_{PRI}}{c}, \quad (2.4)$$

que, conjuntamente com o alcance mínimo ou raio cego do radar, delimitam a duração permitida para a largura de pulso τ_p , i.e., delimitam o alcance nominal do radar (o intervalo de alcances no qual as medidas das posições dos alvos são livres de ambiguidade)

$$R_{min} = \frac{c\tau_{min}}{2}, \quad (2.5)$$

Para uma forma de onda pulsada sem modulação, O espaçamento entre as amostras de alcance, ΔR , (*range bins* ou *range gates*) relaciona-se com os intervalos de amostragem temporal em *fast-time*, T_s da seguinte forma

$$\Delta R = \frac{cT_s}{2}, \quad (2.6)$$

e, neste caso (i.e., pulso sem modulação), $\tau_{min} = T_s$. O intervalo de amostragem temporal

em *slow-time* é o PRI, visto que as linhas do CPI são amostradas por cada um dos M pulsos transmitidos. Complementarmente, a PRF, dada pelo inverso de τ_{PRI} , determina a largura do espectro em frequência não ambíguo do sinal em *slow-time*, i.e., a frequência de amostragem em *slow-time* é a frequência de repetição de pulsos. Assim sendo a duração total de um único CPI, denominada tempo de abertura τ_{CPI} , equivale a $M\tau_{PRI}$ amostras temporais. A variação de fase, não devida somente ao ruído, verificada entre retornos sucessivos, ou seja, entre amostragens sucessivas no domínio temporal *slow-time* corresponde ao movimento relativo do alvo com respeito ao radar. Tal variação de fase, decorrente da diferença f_D entre as frequências transmitida e recebida denomina-se *frequência Doppler* ou *desvio Doppler*.

$$f_D = +\frac{2v}{c}f_{tx} = +\frac{2v}{\lambda_{tx}}, \quad (2.7)$$

que, para um alvo em afastamento, assume igual magnitude e sinal negativo. Ressalte-se que o desvio Doppler se anula para alvos fixos e para alvos se movendo transversalmente ao *boresight* do radar (i.e., com velocidade estritamente tangencial).

Apesar do emprego da teoria da relatividade especial para a derivação da frequência Doppler, rememora-se o supramencionado pressuposto de insignificância do módulo da velocidade dos alvos face à velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas. Tal suposição permite desprezar efeitos relativísticos no que tange ao deslocamento do alvo durante o tempo de transmissão de um pulso τ_p e assumir que o alvo conserva-se estacionário durante um mesmo PRI (RICHARDS, 2005). Em complemento, o tempo de observação mais longo τ_{CPI} , correspondente a um trem de M pulsos, faculta a resolução para a determinação dos desvios Doppler, a partir da comparação entre amostras coerentes do mesmo *range gate*. Deve-se, ainda, considerar que as relações assumidas entre a velocidade do alvo, o tempo total de observação e a extensão dos *range gates* é tal que, para radares MTI, o alvo conserva-se em um mesmo *range gate* durante o intervalo de M pulsos, i.e., $M\tau_{PRI}$ (RICHARDS, 2005).

Considere-se agora um trem de impulsos infinito ($M \rightarrow \infty$) hipotético com espaçamento T e largura de pulsos $\tau \rightarrow 0$. Pode-se definir a velocidade máxima detectável não ambígua v_{max} como a que resulta no desvio máximo dos impulsos inferior à metade do seu espaçamento (ou do contrário, não se poderia indicar que um impulso em particular sofreu desvio positivo ou negativo, i.e., ocorreria ambiguidade em velocidade) (KOKS,

2014).

$$f_D = \frac{2v f_c}{c} \leq \frac{1}{2T} \quad (2.8)$$

Desta forma, retornando ao caso de interesse de um trem de pulsos finito, pode-se definir $f_{D,max}$ em função da velocidade máxima não ambígua, v_{max} , como

$$f_{D,max} \equiv \frac{c}{4f_c v_{max} \tau_{PRI}}. \quad (2.9)$$

Ainda que o sinal analógico do radar não seja reconstituído após amostragem em *fast-time* e *slow-time*, todas as informações úteis ao processamento posterior (e.g.: detecção de alvos após o STAP) do sinal original devem ser mantidas. O critério de Nyquist assegura que o sinal original pode ser recuperado a partir de suas amostras, desde que a frequência de amostragem seja igual ou exceda a largura de banda do sinal original. Portanto, o critério de Nyquist garante que não haja perda de informações relevantes na amostragem. Como consequência, para se obter a PRF adequada, é necessário determinar a largura de banda do sinal *slow-time* ou Doppler, B_D , que implique na observância do critério de Nyquist.

A despeito de uma largura de banda Doppler poder resultar também do movimento da plataforma radar, descartar-se-á essa hipótese e assumir-se-á que o radar considerado é fixo.

Não obstante a discussão precedente tenha abrangido a seleção da PRF com base no critério de Nyquist e o atrelamento da largura de banda Doppler a essa seleção, há que ser lembrado que a PRF também determina o intervalo não ambíguo em alcance e em desvios de frequência Doppler.

A ambiguidade é verificada em radares com PRI tão curtos que o sinal de eco de um alvo correspondente ao m -ésimo pulso seja recebido após da transmissão do pulso seguinte e seja erroneamente associado ao m -ésimo pulso (SKOLNIK, 2001). A ocorrência desse fenômeno resulta em medidas incorretas ou ambíguas do alcance, pois o eco é processado pelo radar como se o alvo se situasse em um alcance menor que o real. O conceito de ambiguidade também ocorre no domínio Doppler, quando a PRF não obedece o critério de Nyquist, i.e.: $PRF < B_D$ e a faixa espectral ocupada pelos desvios Doppler m -ésimo pulso sofre *aliasing* do pulso seguinte, implicando em processamento incorreto ou ambíguo da velocidade do alvo. O alcance máximo além do qual os ecos dos alvos tornam-se ambíguos

é o alcance máximo não-ambíguo (RICHARDS, 2005; SKOLNIK, 2001):

$$R_{ua} = \frac{c\tau_{PRI}}{2} = \frac{c}{2PRF}. \quad (2.10)$$

A seleção da PRF deve ser tal de modo a buscar conciliar o alcance máximo não-ambíguo e a largura de banda Doppler ao mesmo tempo, o que, em diversas situações não é possível (RICHARDS, 2005).

O espectro em frequência não ambíguo do sinal em *slow-time* é convencionalmente chamado de *espectro Doppler*, visto que suas componentes espectrais não nulas denotam o movimento dos alvos. O processamento Doppler, que objetiva extrair informações sobre os alvos e sobre o meio que circunda o radar, é executado em um processador digital a partir do cálculo do espectro linhas do CPI, que contêm o sinal *slow-time*, por meio de DFT (*Discrete Fourier Transform* - Transformada Discreta de Fourier) ou de métodos não lineares de estimação espectral (RICHARDS, 2005). O espaçamento entre as amostras do espectro Doppler calculado corresponde à resolução Doppler Δf_D (KOKS, 2014)

$$\Delta f_D = \frac{1}{M\tau_{PRI}}. \quad (2.11)$$

A partir da expressão da resolução Doppler, deriva-se a expressão da resolução em velocidade (KOKS, 2014):

$$\Delta v = \left| \frac{-c\Delta f_D}{2f_c} \right| = \frac{c}{2f_c M\tau_{PRI}} = \frac{c}{2f_c \tau_{CPI}}. \quad (2.12)$$

Considerando que a largura de banda total de um único pulso, após aplicação do filtro casado, é dado por $1/\tau_p$ e o espaçamento entre as amostras do espectro Doppler e respeitando o critério de Nyquist, obtém-se que a quantidade de amostras, que corresponde ao número de amostras em *slow-time* ou o número de pulsos transmitidos no CPI, é dado por

$$M \geq \frac{2\tau_{PRI}}{\tau_p} = \frac{2}{\tau_p PRF}. \quad (2.13)$$

Havendo sido discutido a amostragem temporal em *fast-time* e em *slow-time*, abordar-se-á agora a amostragem espacial. Conforme ilustrado pela FIG. 2.4, a quantidade de amostras espaciais, N , é definida pela quantidade de elementos do arranjo para um radar

phased-array. Contudo, a amostragem espacial se dá de duas formas: através do espaçamento de elementos do arranjo e através da varredura eletrônica do feixe. O critério de Nyquist requer que o intervalo de amostragem espacial, neste caso, o espaçamento entre os elementos do arranjo, d , seja igual ou menor que $\lambda/2$, conforme a FIG. 2.4, e que as larguras de 3 dB do feixe em azimute e em elevação, respectivamente, ϕ_{3dB} e θ_{3dB} , sejam da forma (BALANIS, 1982; RICHARDS, 2005)

$$\phi_{3dB} = u \frac{\lambda}{D} \quad \text{rad}, \quad (2.14)$$

$$\theta_{3dB} = u \frac{\lambda}{D} \quad \text{rad}, \quad (2.15)$$

a fim de evitar o *aliasing* de frequências espaciais (RICHARDS, 2005). Na EQ. (2.14) e na EQ. (2.15), $u = 0,89$ para uma antena de abertura efetiva uniformemente iluminada e D é a abertura efetiva da antena na dimensão considerada, sendo N_x , para ϕ_{3dB} , e N_y , para θ_{3dB} . A abertura efetiva da antena é a medida da área efetiva (que não corresponde necessariamente à área física da antena ou do arranjo de antenas) sujeita a frentes de onda incidentes. Define-se abertura efetiva como a razão entre a densidade de potência da frente de onda incidente e a potência de saída da antena. O valor de u , e, conseqüentemente, a frequência de amostragem espacial de Nyquist, será diferente para diferentes funções de iluminação (e.g.: Hamming, Kaiser, Blackmann-Harris, etc.).

Considere-se agora que \mathbf{x}_{ml} seja o vetor $N \times 1$ das saídas do processamento dos elementos da antena ou um *snapshot* espacial do l -ésimo *range gate* e do m -ésimo pulso. Seja a matriz $N \times M$ \mathbf{X}_l composta pelos *snapshots* espaciais para todos os pulsos no alcance de interesse:

$$\mathbf{X}_l = [\mathbf{x}_{0,l} \quad \mathbf{x}_{1,l} \quad \dots \quad \mathbf{x}_{M-1,l}]_{N \times M}. \quad (2.16)$$

Esta matriz consiste numa das L faces do cubo de dados CPI apresentado na FIG. 2.4.

O *beamforming* combina as linhas de \mathbf{X}_l , resultando em uma filtragem espacial, ao passo que a filtragem Doppler combina as colunas de \mathbf{X}_l , sendo, portanto, uma filtragem temporal. Assim sendo, é conveniente que se expressem os dados relativos a um único *range gate* como o l -ésimo vetor $MN \times 1$ $\mathbf{x}_{st,l}$, denominado *snapshot* de espaço-tempo,

obtido pelo empilhamento das colunas de \mathbf{X}_l :

$$\mathbf{x}_{st,l} = \text{vect}(\mathbf{X}_l) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{0,l} \\ \mathbf{x}_{1,l} \\ \dots \\ \mathbf{x}_{M-1,l} \end{bmatrix}_{NM \times 1}. \quad (2.17)$$

Levando-se em consideração que a função fundamental de um radar de vigilância é determinar com precisão a presença ou não de alvos nos dados recebidos. Logo, dado um *snapshot* de espaço-tempo \mathbf{x}_{st} , o processador radar deve resolver um problema de hipóteses binário, decidindo sobre a veracidade das seguintes hipóteses:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{st,l} &= \mathbf{i}_{st,l} & H_0: \text{Alvo ausente} \\ \mathbf{x}_{st,l} &= \alpha_{tgt} \mathbf{y}_{tgt} + \mathbf{i}_{st,l} & H_1: \text{Alvo presente} \end{aligned} \quad (2.18)$$

\mathbf{y}_{tgt} corresponde, como será visto ainda nesta seção, ao *steering vector* de espaço-tempo do alvo (suposto conhecido) e α_{tgt} à amplitude do eco (desconhecida). O vetor \mathbf{y}_{tgt} é assumido conhecido e determinístico e será definido na modelagem dos sinais radar nesta seção. O componente $\mathbf{i}_{st,l}$, é o vetor de interferências de espaço-tempo na recepção relativa ao l -ésimo *range gate*, que engloba, mais especificamente, uma componente correlacionada (e.g.: *clutter*, *jamming*) e uma componente descorrelacionada (e.g.: ruído de recepção), i.e.

$$\mathbf{i}_{st,l} = \mathbf{j}_{st,l} + \mathbf{c}_{st,l} + \mathbf{n}_{st,l}. \quad (2.19)$$

onde $\mathbf{j}_{st,l}$, $\mathbf{c}_{st,l}$ e $\mathbf{n}_{st,l}$ são, respectivamente, os componentes de *jamming*, *clutter* e ruído e são assumidos mutuamente descorrelacionados.

O problema de extrair $\alpha_{tgt} \mathbf{y}_{tgt}$, de forma ótima, do ruído de fundo é resolvido, aplicando-se a bem conhecida ponderação linear (KLEMM, 2002)

$$\mathbf{w} = \nu \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{y}_{tgt} \quad (2.20)$$

ao vetor de ecos do alvo $\alpha_{tgt} \mathbf{y}_{tgt}$. Tal problema é objeto de análise na Seção 2.2, na qual é apresentado o processamento adaptativo em espaço-tempo (space-time adaptive processing - STAP). A constante complexa ν engloba α_{tgt} . \mathbf{R}_i^{-1} é a matriz de covariância

de interferências de espaço-tempo

$$\mathbf{R}_i = \mathbb{E} [\mathbf{i}_{st} \mathbf{i}_{st}^H] = \mathbf{R}_{clu} + \mathbf{R}_{jam} + \mathbf{R}_n, \quad (2.21)$$

onde o índice relativo ao l -ésimo range gate foi omitido por conveniência, o operador $\mathbb{E}[\cdot]$ é o operador valor esperado (momento de primeira ordem) e o sobrescrito H é o conjugado transposto, também denominado operador Hermitiano.

Calculando-se o valor esperado do *snapshot* de espaço-tempo do *range gate* considerado, para ambas as hipóteses definidas em EQ. (2.18), obtém-se

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}}_{st} &= \mathbb{E} [\mathbf{x}_{st}] = \mathbf{0}, & H_0: \text{ Alvo ausente} \\ \bar{\mathbf{x}}_{st} &= \mathbb{E} [\mathbf{x}_{st}] = \sigma_n^2 \xi_{tgt} \mathbf{y}_{tgt}, & H_1: \text{ Alvo presente} \end{aligned} \quad (2.22)$$

onde, para o l -ésimo *range gate*, $\mathbb{E} [|\alpha_{tgt}|^2] = \sigma_n^2 \xi_{tgt}$, sendo σ_n^2 a potência do ruído térmico por elemento do arranjo e ξ_{tgt} a relação sinal-ruído (*signal-to-noise ratio* - SNR) do eco do alvo.

Pode-se, ainda, definir a matriz de covariância de espaço-tempo como:

$$\mathbf{R} = \mathbb{E} [\mathbf{x}_{st} \mathbf{x}_{st}^H] = \mathbb{E} [(\mathbf{x}_{st} - \bar{\mathbf{x}}_{st})(\mathbf{x}_{st} - \bar{\mathbf{x}}_{st})^H]. \quad (2.23)$$

Calculando a matriz de covariância para ambas as hipóteses do problema de detecção definido pela EQ. (2.18) a partir dos valores esperados obtidos em EQ. (2.22):

$$\begin{aligned} H_0 : \quad \mathbf{R} &= \mathbb{E} [(\mathbf{i}_{st} - 0)(\mathbf{i}_{st} - 0)^H] = \mathbb{E} [\mathbf{i}_{st} \mathbf{i}_{st}^H] = \mathbf{R}_i, \\ H_1 : \quad \mathbf{R} &= \mathbb{E} [(\alpha_{tgt} \mathbf{y}_{tgt} + \mathbf{i}_{st} - \alpha_{tgt} \mathbf{y}_{tgt})(\alpha_{tgt} \mathbf{y}_{tgt} + \mathbf{i}_{st} - \alpha_{tgt} \mathbf{y}_{tgt})^H] = \mathbb{E} [\mathbf{i}_{st} \mathbf{i}_{st}^H] = \mathbf{R}_i. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Portanto, a matriz de covariância de espaço-tempo dos *snapshots* que contêm alvos é idêntica à dos *snapshots* sem alvos e é dada pela covariância da componente de interferências (*clutter*, *jamming* e *ruído*) do CPI considerado.

Contudo, na prática, as componentes de interferências \mathbf{i} do CPI não são conhecidas a priori, de forma que, nesses casos, somente soluções sub-ótimas para a determinação da covariância e da filtragem de espaço-tempo são viáveis. Uma possível estratégia para obter uma estimativa do vetor de ponderações $\hat{\mathbf{w}}$ é obter a estimativa da matriz de covariância de

espaço-tempo das interferências, $\hat{\mathbf{R}}_i$ e obter sua inversa (MELVIN, 2004). Essa abordagem é conhecida por SMI (do inglês *sample matrix inversion*). Há vários outros métodos para cálculo adaptativo das ponderações, e.g. (BRENNAN, 1973; MOZINGO, 1980; COMPTON, 1988; HAYKIN, 1988). Para a determinação de $\hat{\mathbf{R}}_i$, que será objeto de análise mais pormenorizada na Seção 2.3, são utilizados *snapshots* de espaço-tempo de *range gates* anteriores e posteriores ao *range gate* para o qual se deseja obter $\hat{\mathbf{w}}$, de modo a detectar a presença ou não do alvo. Tais *snapshots* são conhecidos como dados de treinamento. Caso os dados de treinamento sejam todos estatisticamente independentes e identicamente distribuídos (iid) em relação à hipótese H_0 , é possível obter a estimativa da matriz de covariância de espaço-tempo de interferências, com perda de desempenho de aproximadamente 3 dB, no *range gate* testado, utilizando-se aproximadamente $2NM$ *snapshots*, de acordo com (REED, 1974; MELVIN, 2004). No entanto, a fim de evitar a autocorrelação do alvo, o alvo exclui a célula (*snapshot*) sob teste e algumas adjacentes, i.e. posteriores e anteriores em alcance, conhecidas como "células de guarda", dos dados de treinamento. A perda de desempenho deve-se às discrepâncias entre a matriz de covariância de interferências real e estimada.

Cumpra agora utilizar o restante desta seção para obter os modelos do sinal de eco e das interferências presentes nos *snapshots* de espaço-tempo objeto do teste de hipóteses apresentado pela EQ. (2.18) para determinação do vetor de ponderações que implementa o filtro STAP aplicado à situação de interesse, ou seja, o processamento de espaço-tempo de um alvo aéreo detectado por um radar de vigilância aérea fixo no solo.

A forma de onda transmitida e a técnica de sinais empregada por um sistema de radar são intrinsecamente vinculadas à missão fundamental e ao emprego pretendido para o sistema. Naturalmente, o custo e complexidade computacional são funções da implementação em hardware e software para geração da forma de onda transmitida e processamento dos sinais recebidos e, não por acaso, a seleção criteriosa da forma de onda radar transmitida constitui um fator crítico no projeto de qualquer sistema de radar, independentemente da natureza do seu emprego. As formas de onda transmitidas por um radar podem ser contínuas (*continuous waveforms - CW*) ou pulsadas, com ou sem modulação. Os alcances máximos e mínimos de detecção de alvos, as probabilidades de detecção e de falso alarme e as resoluções em alcance e em velocidade estão diretamente relacionadas às demais características principais do radar, entre as quais, as características espectrais da forma de onda radar.

Ao passo que há conhecimento e controle plenos sobre a forma de onda transmitida, o sinal recebido para processamento compreende a superposição de componentes não controláveis. Esses componentes compreendem os ecos da forma de onda transmitida refletida nos alvos de interesse; os ecos refletidos em outros obstáculos, em geral fixos, (*clutter*); *jamming* e ruído. Esses componentes admitem subdivisões, e.g. o *clutter* pode ser separado em *clutter* terrestre e *clutter* meteorológico, o *jamming* pode ser ativo (ruído de alta potência ou emulações da forma de onda radar) e passivo (*chaff*).

No que tange ao alvo a ser detectado, assumir-se-á o mesmo como um espalhador (*scatterer*) móvel de seção reta radar (*radar cross section - RCS*) σ_{tgt} , cuja flutuação é suposta aderente ao modelo Swerling 1 (SKOLNIK, 2001; NATHANSON, 1991; MEYER, 1973; RICHARDS, 2005), ou seja, possui distribuição de Rayleigh e se descorrelaciona entre blocos de M pulsos (i.e., entre CPI consecutivos). Pretende-se obter o componente do *snapshot* de espaço-tempo no *range gate* correspondente ao alcance do alvo R_{tgt} . A cinemática do alvo é definida, também, pela sua posição angular em azimute, ϕ_{tgt} , e em elevação, θ_{tgt} , e a velocidade relativa do alvo com relação ao radar v_{tgt} . A fim de levar a efeito a modelagem do eco proveniente da reflexão da emissão radar no alvo de interesse, definimos, inicialmente, a forma de onda transmitida como um sinal de RF real, banda estreita, normalizado para energia unitária, $\bar{s}(t)$, modelado como se segue:

$$\bar{s}(t) = A(t) \cos(2\pi f_c t + \beta(t)), \quad (2.25)$$

onde $A(t)$ é a modulação em amplitude ou envelope, em formato de pulso de amplitude constante e com duração τ_p , f_c é frequência da portadora do radar e $\beta(t)$ é modulação em fase do pulso. A barra sobre $\bar{s}(t)$ denota o fato de que o sinal está modulado sobre uma portadora. A modulação da amplitude por pulsos resulta na maximização da energia transmitida e a modulação em fase presta-se a ampliar a largura de banda instantânea para obter menor resolução (em alcance ou velocidade).

Por conveniência, a fim de representar a modulação em fase de forma não ambígua, modelar-se-á a forma de onda da EQ. (2.25) com sua equivalente analítica (contendo somente as componentes espectrais com frequências positivas)

$$\bar{s}(t) = A(t) e^{j[2\pi f_c t + \beta(t)]}. \quad (2.26)$$

Na propagação da emissão radar até um dado alvo e o retorno do seu eco a distância

total percorrida em velocidade de propagação, c , é igual a $2R_{tgt}$, de modo que o tempo total de propagação é $2R_{tgt}/c$. É precisamente nesse intervalo de tempo que a amplitude do sinal de eco do alvo é comparada com um limiar pré-calculado e, se for superior, o processador radar assume presença do alvo. A este processo dá-se o nome de detecção. Em consequência, a fim de obter detecções satisfatórias o mais distante possível da posição radar, i.e., maximizar o alcance de detecção, a maioria dos sistemas de radar maximizam a energia transmitida. Daí a principal motivação para utilização de formas de onda pulsadas em detrimento das contínuas. Assim, quanto maior a duração do pulso τ_p , maior a energia média transmitida. Em contraponto, a resolução nominal em alcance relaciona-se com a largura da forma de onda radar, B , da seguinte forma (MAHAFZA, 2004; SKOLNIK, 2008).

$$\Delta R = \frac{c}{2B} \quad (2.27)$$

Para um pulso sem modulação a largura de banda é inversamente proporcional à sua duração τ_p , o que resulta em $\Delta = c\tau_p/2$. Assim sendo, muitos sistemas de radar pulsados empregam modulação em frequência ou em fase do pulso transmitido, motivados pelo aumento da largura de banda livre de redução da duração do pulso e, portanto sem redução da energia média transmitida. Além disso, a expansão espectral resulta em uma resolução nominal em alcance menor, possibilitando o discernimento entre sinais provenientes de alvos separados em alcance a distâncias iguais ou superiores a ΔR , que, de outra forma, teriam seus sinais de eco combinados pelo receptor em um único sinal e seriam processados como um único alvo.

Os valores da resolução em alcance variam de acordo com a aplicação do sistema de radar, de alguns quilômetros para radares de vigilância aérea estratégica a até menos de um metro em sistemas de imageamento por radar. As larguras de banda correlatas variam da ordem de 100 kHz até 1 GHz e são tipicamente inferiores a 1 % da frequência de RF da portadora, havendo alguns poucos sistemas que operam com larguras de banda de 10 % da RF (FERREIRA, 2017). Em face dessas características, a maioria das formas de onda radar podem ser consideradas funções de banda estreita passa-faixas (RICHARDS, 2005; FERREIRA, 2017).

Neste trabalho, inicialmente, considerar-se-á a geração, como forma de onda, de um trem de M pulsos idênticos, com frequência instantânea modulada linearmente (*linear*

frequency modulation - LFM, também chamada de *chirp* em analogia ao sinal acústico análogo), na qual os pulsos consistem de um envelope retangular de amplitude com duração de pulso τ_p e com largura de banda $B_p \ll f_c$. Uma forma de onda composta por um trem de pulsos foi selecionada, de modo a possibilitar a integração de pulsos na recepção (RICHARDS, 2005). Além disso, requer-se a emissão de pulsos modulados em frequência para a implementação de compressão com ganho maior que o unitário, conforme se detalhará posteriormente, ainda na presente seção. A forma de onda do trem de pulsos LFM é definida por (RICHARDS, 2005; MAHAFZA, 2004):

$$\bar{s}_{LFM}(t) = A(t)e^{\psi} \sum_{m=0}^{M-1} \text{rect}(t - m\tau_{PRI}) e^{j2\pi[f_c(t - m\tau_{PRI}) + \frac{\mu}{2}(t - m\tau_{PRI})^2]}, \quad (2.28)$$

onde $\mu = \pm B_p/\tau_p$, sendo B_p a largura de banda de um pulso, e ψ é a fase resultante da soma do desvio em fase aleatório, assumido uniformemente distribuído entre 0 e 2π , devido ao espalhamento da reflexão da emissão radar no alvo e da fase inicial da portadora. A largura de banda individual dos pulsos é aproximadamente igual à largura de banda de um pulso sem modulação (MAHAFZA, 2004; SKOLNIK, 2008; KOKS, 2014)

$$B_p = \frac{c}{2\Delta R}. \quad (2.29)$$

A FIG. 2.5 ilustra um trem de cinco ($M = 5$) pulsos LFM com duração τ_p e com intervalo de repetição de pulsos (PRI) τ_{PRI} . A duração total ($M\tau_p$) corresponde ao intervalo de processamento coerente (CPI).

A função “rect” pode ser definida como:

$$\text{rect}(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq |t| \leq \tau_p \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases} \quad (2.30)$$

Os termos que não contêm a portadora, que compõem o sinal em banda-base após demodulação, i.e., após multiplicação por $e^{-j2\pi f_c t}$, são chamados de *envelope complexo* da forma de onda

$$s_{LFM}(t) = A(t)e^{\psi} \sum_{m=0}^{M-1} \text{rect}(t - m\tau_{PRI}) e^{j2\pi[-f_c(m\tau_{PRI} + \frac{\tau_p}{2}) + \frac{\mu}{2}(t - m\tau_{PRI} - \frac{\tau_p}{2})^2]}, \quad (2.31)$$

que é a função que efetivamente descreve a modulação em amplitude e em frequência

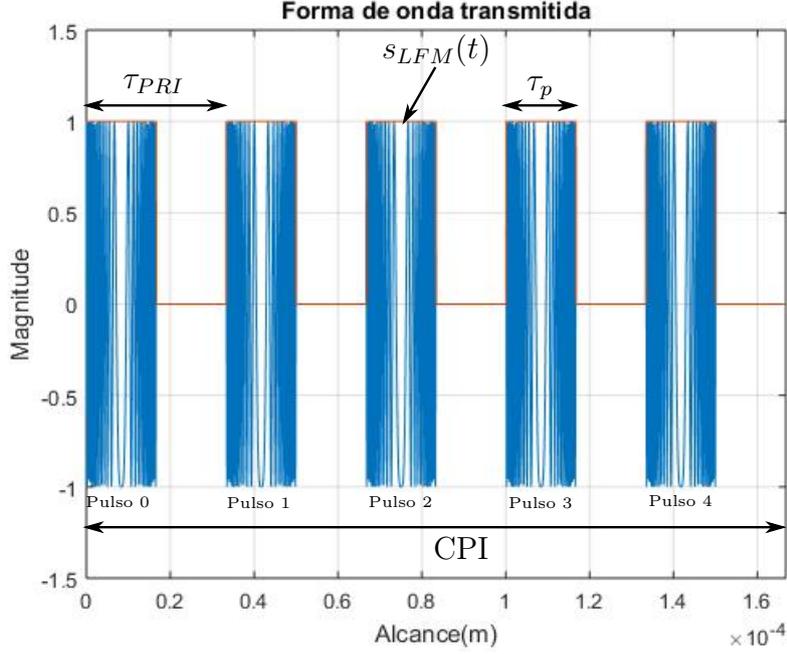


FIG. 2.5: Exemplo de trem de pulsos LFM simples com $M = 5$ pulsos, $\tau_p = 16,7 \mu s$, $B \approx 3 MHz$ e $f_c = 10 GHz$ e com sobreposição da função $rect(t)$.

aplicadas à portadora de RF. A modulação em amplitude do m -ésimo pulso é dada por

$$\alpha_m(t) = A(t)rect(t - m\tau_{PRI}) \quad (2.32)$$

e a modulação em fase do m -ésimo pulso é dada por

$$\beta_m(t) = 2\pi \left[-f_c \left(m\tau_{PRI} + \frac{\tau_p}{2} \right) + \frac{\mu}{2} \left(t - m\tau_{PRI} - \frac{\tau_p}{2} \right)^2 \right] + \psi, \quad (2.33)$$

de forma que o envelope complexo pode ser expresso como

$$s_{LFM}(t) = \sum_{m=0}^{M-1} \alpha_m(t) e^{j\beta_m(t)}. \quad (2.34)$$

Levando-se em conta que os ecos dos alvos de interesse e do *clutter* são réplicas atrasadas e atenuadas do pulso transmitido, eles compartilham suas características fundamentais como a frequência de portadora e o fato de serem sinais banda estreita. Não obstante, diferem, respectivamente, em amplitude e em fase devido à perda de propagação e ao desvio Doppler. O sinal analítico do eco recebido pela n -ésima elemento do arranjo, quando as colunas de arranjos são empilhadas em um vetor de dimensão $N_x N_y = N$,

conforme ilustrado pela FIG. 2.4 é denotado por $\bar{r}_n(t)$. Esse sinal é decorrente da reflexão da forma de onda transmitida em um alvo situado no alcance $R_{tgt} = ct_{tgt}/2$, pode ser expresso, ignorando-se efeitos relativísticos (i.e. o deslocamento do alvo durante o tempo de retorno do eco), matematicamente como se segue (DiFRANCO, 1980; WARD, 1994):

$$\bar{r}_n(t) = A_{tgt} s_{LFM}(t - \tau_n) e^{j2\pi(f_c + f_{tgt})(t - \tau_n)} e^{j\psi}, \quad (2.35)$$

onde A_{tgt} é amplitude do eco, $s_{LFM}(t)$ é o envelope complexo da forma de onda LFM. O desvio Doppler devido ao movimento do alvo com velocidade v_{tgt} é dado por:

$$f_{tgt} = -\frac{2v_{tgt}}{\lambda_c}. \quad (2.36)$$

Considerando a geometria do arranjo conforme apresentada na FIG. 2.1, o retardo temporal do eco recebido pelo n -ésimo elemento do arranjo, τ_n , pode ser interpretado como a soma de dois componentes:

$$\tau_n = \tau_{tgt} + \tau'_n, \quad (2.37)$$

onde

$$\tau'_n = -\frac{\mathbf{k}^T(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})\mathbf{q}_n}{c} \quad (2.38)$$

é o retardo relativo à referência de fase do n -ésimo elemento do arranjo, \mathbf{q}_n é o vetor posição de cada elemento do arranjo em relação ao centro do sistema de coordenadas e $\tau_{tgt} = 2R_{tgt}/c$ é o intervalo temporal entre a transmissão da forma de onda radar e a recepção do eco (WARD, 1994). Como o alvo encontra-se em movimento, R_{tgt} é, na realidade, uma função temporal, $R_{tgt}(t)$, mas o alvo pode ser assumido quase-estacionário para velocidades instantâneas que sejam muito inferiores à velocidade de propagação das emissões eletromagnéticas c (RICHARDS, 2005), como é o caso dentro do *PRI* considerado. Logo, pode-se considerar que $R_{tgt}(t) \approx R_{tgt}$.

Substituindo-se o valor de τ_n e expandindo-se os termos do expoente entre parênteses e , reescreve-se a EQ. (2.35), como

$$\begin{aligned} \bar{r}_n(t) &= A_{tgt} s_{LFM}(t - \tau_{tgt} - \tau'_n) e^{j2\pi(f_c + f_{tgt})(t - \tau_{tgt} - \tau'_n)} e^{j\psi} \\ &= A_{tgt} s_{LFM}(t - \tau_{tgt} - \tau'_n) e^{j2\pi f_c t} e^{-j2\pi(f_c + f_{tgt})\tau_{tgt}} e^{-j2\pi(f_c + f_{tgt})\tau'_n} e^{j2\pi f_{tgt} t}. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Valendo-se da suposição anterior que assume que a forma de onda radar é de banda estreita, i.e, $B \ll f_c$ e do fato do centro do sistema de coordenadas coincidir com o centro do arranjo de antenas receptoras, pode-se assumir a seguinte aproximação

$$s_{LFM}(t - \tau_{tgt} - \tau'_n) \approx s_{LFM}(t - \tau_{tgt}), \quad (2.40)$$

Assumindo-se, ainda, que $f_{tgt} \ll f_c$, tomar-se-á a seguinte expressão como válida

$$e^{-j2\pi(f_c+f_{tgt})\tau'_n} \approx e^{-j2\pi f_c \tau'_n}. \quad (2.41)$$

Como resultado, o sinal de eco $\bar{r}_n(t)$ analítico pode ser aproximado para

$$\bar{r}_n(t) \approx A_{tgt} e^{j\psi'} s_{LFM}(t - \tau_{tgt}) e^{j2\pi f_c t} e^{-j2\pi f_c \tau'_n} e^{j2\pi f_{tgt} t}, \quad (2.42)$$

onde $e^{j\psi'} = e^{j\psi} e^{-j2\pi(f_c+f_{tgt})\tau_{tgt}}$.

Da EQ. (2.3), tem-se que que τ'_n também pode ser escrito como

$$\begin{aligned} \tau'_n &= -\frac{1}{c} \left[\left(\frac{N_x - 1}{2} - p \right) d_x \cos \theta_{tgt} \sin \phi_{tgt} + \left(\frac{N_y - 1}{2} - q \right) d_y \cos \theta_{tgt} \cos \phi_{tgt} \right] \\ &= -\frac{1}{c} \mathbf{k}^\Gamma(\phi_{tgt}, \theta_{tgt}) \left[\left(\frac{N_x - 1}{2} - p \right) d_x \mathbf{u}_x + \left(\frac{N_y - 1}{2} - q \right) d_y \mathbf{u}_y \right], \quad (2.43) \\ p &= 0, \dots, N_x - 1; \quad q = 0, \dots, N_y - 1, \end{aligned}$$

onde p e q dependem da posição de n -ésimo elemento no arranjo conforme ilustrado pela FIG. 2.4, o vetor posição do n -elemento do arranjo em relação ao centro do sistema de coordenadas \mathbf{q}_n pode ser escrito como

$$\mathbf{q}_n = \left(\frac{N_x - 1}{2} - p \right) d_x \mathbf{u}_x + \left(\frac{N_y - 1}{2} - q \right) d_y \mathbf{u}_y \quad p = 0, \dots, N_x - 1; \quad q = 0, \dots, N_y - 1, \quad (2.44)$$

em que \mathbf{u}_x e \mathbf{u}_y são vetores unitários nas direções dos eixos cartesianos x e y ilustrados na FIG. 2.1. Desta forma, definem-se as frequências espaciais do alvo ao longo das duas dimensões do arranjo

$$\vartheta_{tgt,x} = \frac{\mathbf{k}^\Gamma(\phi_{tgt}, \theta_{tgt}) \mathbf{u}_x}{\lambda_c} = \frac{d_x}{\lambda_c} \cos \theta_{tgt} \sin \phi_{tgt}, \quad (2.45)$$

$$\vartheta_{tgt,y} = \frac{\mathbf{k}^T(\phi_{tgt}, \theta_{tgt})\mathbf{u}_y}{\lambda_c} = \frac{d_y}{\lambda_c} \cos \theta_{tgt} \cos \phi_{tgt}. \quad (2.46)$$

A partir das EQ. (2.42), (2.44) e (2.45), obtém-se que o retardo de fase devido ao n -ésimo elemento pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned} -2\pi f_c \tau'_n &= 2\pi \left[\left(\frac{N_x - 1}{2} - p \right) \vartheta_{tgt,x} + \left(\frac{N_y - 1}{2} - q \right) \vartheta_{tgt,y} \right] \\ \tau'_n &= -\frac{2\pi}{f_c} \left[\left(\frac{N_x - 1}{2} - p \right) \vartheta_{tgt,x} + \left(\frac{N_y - 1}{2} - q \right) \vartheta_{tgt,y} \right] \\ p &= 0, \dots, N_x - 1; \quad q = 0, \dots, N_y - 1. \end{aligned} \quad (2.47)$$

Por conveniência, define-se, analogamente à EQ. (2.3) o seguinte vetor de retardos dos elementos do arranjo de dimensão $N_x N_y \times 1 = N \times 1$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\vartheta}_{tgt}(\theta_{tgt}, \phi_{tgt}) &= \\ &= \begin{bmatrix} \left[\left(\frac{N_x - 1}{2} \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_x \cos \theta_{tgt} \sin \phi_{tgt} + \left(\frac{N_y - 1}{2} \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_y \cos \theta_{tgt} \cos \phi_{tgt} \right] \\ \left[\left(\frac{N_x - 1}{2} - 1 \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_x \cos \theta_{tgt} \sin \phi_{tgt} + \left(\frac{N_y - 1}{2} \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_y \cos \theta_{tgt} \cos \phi_{tgt} \right] \\ \dots \\ \left[\left(\frac{N_x - 1}{2} - N_x + 1 \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_x \cos \theta_{tgt} \sin \phi_{tgt} + \left(\frac{N_y - 1}{2} \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_y \cos \theta_{tgt} \cos \phi_{tgt} \right] \\ \left[\left(\frac{N_x - 1}{2} \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_x \cos \theta_{tgt} \sin \phi_{tgt} + \left(\frac{N_y - 1}{2} - 1 \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_y \cos \theta_{tgt} \cos \phi_{tgt} \right] \\ \dots \\ \left[\left(\frac{N_x - 1}{2} - N_x + 1 \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_x \cos \theta_{tgt} \sin \phi_{tgt} + \left(\frac{N_y - 1}{2} - 1 \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_y \cos \theta_{tgt} \cos \phi_{tgt} \right] \\ \dots \\ \left[\left(\frac{N_x - 1}{2} - p \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_x \cos \theta_{tgt} \sin \phi_{tgt} + \left(\frac{N_y - 1}{2} - q \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_y \cos \theta_{tgt} \cos \phi_{tgt} \right] \\ \dots \\ \left[\left(\frac{N_x - 1}{2} - N_x + 1 \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_x \cos \theta_{tgt} \sin \phi_{tgt} + \left(\frac{N_y - 1}{2} - N_y + 1 \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_y \cos \theta_{tgt} \cos \phi_{tgt} \right] \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.48)$$

A forma de onda transmitida é assumida banda estreita e despreza-se o retardo relativo na expressão do envelope complexo dada pela EQ. (2.32), conforme as aproximações da EQ. (2.38). Com essa premissa, tem-se que o eco recebido pelo n -ésimo elemento pode ser reescrito como:

$$\bar{r}_n(t) = A_{tgt} e^{j\psi'} e^{j2\pi\vartheta_n(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})} s(t - \tau_{tgt}) e^{j2\pi f_{tgt} t} e^{j2\pi f_c t}, \quad (2.49)$$

onde $\vartheta_n(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})$ é o n -ésimo elemento do vetor $\boldsymbol{\vartheta}(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})$.

No receptor, como ilustrado na FIG. 2.2, o eco é convertido em um sinal da banda base, submetido ao filtro casado e amostrado pelo conversor analógico-digital (A/D).

Assumindo-se um receptor coerente ideal, na saída do demodulador (*down-converter*), o sinal analítico complexo recebido pelo n -ésimo elemento se torna:

$$\begin{aligned} r_n(t) &= \bar{r}_n(t) \frac{e^{-j2\pi f_c t}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{A_{tgt}}{\sqrt{2}} e^{j\psi'} s_{LFM}(t - \tau_{tgt}) e^{j2\pi\vartheta_n(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})} e^{j2\pi f_{tgt} t}. \end{aligned} \quad (2.50)$$

Para cada elemento do arranjo, o sinal recebido $\bar{r}_n(t)$ é submetido ao filtro casado para implementação da compressão de pulsos. O filtro casado é definido por:

$$h_{MF}(t) = s_{LFM}^*(\tau_p - t). \quad (2.51)$$

O sinal na saída do n -ésimo canal do filtro casado é dado por:

$$x_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{r}_n(\rho) h(t - \rho) d\rho = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{r}_n(\rho) s_{LFM}^*(\rho + \tau_p - t) d\rho. \quad (2.52)$$

Substitui-se a EQ. (2.50) na EQ. (2.52) de forma a se obter

$$x_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \beta_{tgt} s_{LFM}(\rho - \tau_{tgt}) e^{j2\pi\vartheta_n(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})} e^{j2\pi f_{tgt} \rho} s_{LFM}^*(\rho + \tau_p - t) d\rho. \quad (2.53)$$

onde $\beta_{tgt} = \frac{A_{tgt}}{\sqrt{2}} e^{j\psi'} e^{-j2\pi(f_c + f_{tgt})\tau_{tgt}}$. Substituindo-se $\rho - \tau_{tgt}$ por v na EQ. (2.53), resulta em

$$\begin{aligned} x_n(t) &= \beta_{tgt} e^{j2\pi\vartheta_n(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})} e^{j2\pi f_{tgt} \tau_{tgt}} \\ &\quad \times \int_{-\infty}^{\infty} s_{LFM}(v) e^{j2\pi f_{tgt} v} s_{LFM}^*(v + \tau_{tgt} + \tau_p - t) dv. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Mas a função de ambiguidade do pulso LFM é definida como (SKOLNIK, 2001)

$$\chi(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_{LFM}(v) s_{LFM}^*(v - t) e^{j2\pi f v} dv. \quad (2.55)$$

Logo, o sinal de saída do n -ésimo canal do filtro casado pode ser expresso em função de

$\chi(t, f)$

$$x_n(t) = \beta_{tgt} e^{j2\pi\vartheta_n(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})} e^{j2\pi f_{tgt} \tau_{tgt}} \chi(t - \tau_{tgt} - \tau_p, \varpi_{tgt}), \quad (2.56)$$

onde $\varpi_{tgt} = f_{tgt}/f_{PRF}$ é a frequência Doppler normalizada. Generalizando a expressão anterior, conclui-se que o sinal de saída do m -ésimo pulso do n -ésimo canal do filtro casado possui retardo $\tau_{tgt} + m\tau_{PRI}$ e pode ser expresso como

$$\begin{aligned} x_{nm}(t) &= x_n(t_m) \\ &= \beta'_{tgt} e^{j2\pi\vartheta_n(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})} e^{j2\pi f_{tgt}(\tau_{tgt}) + m\tau_{PRI}} \chi(t - \tau_{tgt} - \tau_p - m\tau_{PRI}, \varpi_{tgt}) \\ &= \beta'_{tgt} e^{j2\pi\vartheta_n(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})} e^{j2\pi f_{tgt} m\tau_{PRI}} \chi(t - \tau_{tgt} - \tau_p - m\tau_{PRI}, \varpi_{tgt}), \end{aligned} \quad (2.57)$$

onde $\beta'_{tgt} = \beta_{tgt} e^{j2\pi f_{tgt} \tau_{tgt}}$. Assumindo que o produto tempo-largura de banda e as frequências Doppler dos alvos de interesse são tais que a forma de onda praticamente não se altera com o desvio Doppler, realiza-se a seguinte aproximação

$$\chi(t, f_{tgt}) \approx \chi(t, 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_{LFM}(v) s_{LFM}^*(v - t) e^{j2\pi f v} dv. \quad (2.58)$$

Portanto, $x_{nm}(t)$ se torna

$$x_{nm}(t) = \beta'_{tgt} e^{j2\pi\vartheta_n(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})} e^{j2\pi f_{tgt} m\tau_{PRI}} \chi(t - \tau_{tgt} - \tau_p - m\tau_{PRI}, 0) \quad \begin{cases} n = 0, 1, \dots, N - 1; \\ m = 0, 1, \dots, M - 1. \end{cases} \quad (2.59)$$

Posto que $\chi(t, 0)$ tem máximo em $t = 0$, o máximo de $|x_{nm}(t)|$ ocorre em $t = \tau_{tgt} + \tau_p + m + \tau_{PRI}$ e é dado por

$$\max |x_{nm}(t)| = |\beta'_{tgt}| |\chi(0, 0)| = |\beta'_{tgt}| \int_{-\infty}^{\infty} |s_{LFM}(v)|^2 dv. \quad (2.60)$$

Assumindo que a forma de onda esteja normalizada, i.e. possua energia unitária, tem-se que

$$\max |x_{nm}(t)| = |\beta'_{tgt}|. \quad (2.61)$$

As amplitudes dos ecos podem ser obtidas diretamente a partir da *equação radar* (EAVES,

1987; WARD, 1994; SKOLNIK, 2001; RICHARDS, 2005), também chamada *equação radar de alcance*. A SNR, ξ_l , do sinal de eco situado no l -ésimo *range gate*:

$$\xi_l = SNR_{tgt} = \frac{P_{tx}\tau_p G_{tx}(\theta, \phi)g(\theta, \phi)\lambda^2\sigma_{tgt}}{(4\pi)^3 R_{tgt}^4 L_s L_a(R)N_0}, \quad (2.62)$$

sendo P_{tx} , a potência instantânea transmitida pelo radar, $G_{tx}(\theta, \phi)$, o ganho total da antena transmissora, λ , o comprimento de onda da portadora, σ_{tgt} , a RCS do alvo, R_{tgt} , o alcance do alvo em relação ao radar, L_s , as perdas no sistema radar, $L_a(R)$, as perdas atmosféricas em função do alcance e N_0 , a potência média de ruído. Sem perda de generalidade, assumir-se-á que $G_{tx}(\theta, \phi) = G_{rx}(\theta, \phi)$, em que G_{rx} é composto pelos ganhos individuais de cada elemento de antena na recepção, $g(\theta, \phi)$.

A potência do eco do alvo considerado é, então, dada por:

$$E[|\alpha_{tgt}|^2] = n_t^2 \xi_l, \quad (2.63)$$

onde n_t^2 é a potência de ruído térmico por elemento do arranjo de recepção. Logo, a amplitude do eco do alvo considerado é:

$$A_{tgt} = \sqrt{\xi_l n_t^2}. \quad (2.64)$$

A análise da EQ. (2.59) permite identificar um termo dependente do índice espacial n e outro termo dependente do índice temporal m . Logo, o *snapshot* espacial para o m -ésimo pulso pode ser reescrito como:

$$\mathbf{x}_m = [x_{0,m} \quad x_{1,m} \quad \cdots \quad x_{N-1,m}]^T = \alpha_{tgt,m} e^{jm2\pi\varpi_{tgt}} \mathbf{a}(\boldsymbol{\vartheta}_{tgt}), \quad (2.65)$$

onde os índices $n = 0, \dots, N-1$ são obtidos a partir dos índices do vetor coluna resultante do empilhamento das colunas de elementos de antenas do arranjo e o *spatial steering vector* $N \times 1$, $\mathbf{a}(\boldsymbol{\vartheta}_{tgt})$, é definido como:

$$\mathbf{a}(\boldsymbol{\vartheta}_{tgt}) = [e^{j2\pi\vartheta_0(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})} \quad e^{j2\pi\vartheta_1(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})} \quad \dots \quad e^{j2\pi\vartheta_{N-1}(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})}]^T. \quad (2.66)$$

As informações sobre o alvo considerado são consolidadas em um *snapshot* de espaço-

tempo:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{tgt} &= \alpha_{tgt} \left[\mathbf{a}(\boldsymbol{\vartheta}_{tgt}) \quad e^{j2\pi\varpi_{tgt}} \mathbf{a}(\boldsymbol{\vartheta}_{tgt}) \quad \dots \quad e^{j2(M-1)\pi\varpi_{tgt}} \mathbf{a}(\boldsymbol{\vartheta}_{tgt}) \right]^T \\ &= \alpha_{tgt} \mathbf{b}(\varpi_{tgt}) \otimes \mathbf{a}(\boldsymbol{\vartheta}_{tgt}),\end{aligned}\tag{2.67}$$

onde \otimes é o produto de Kronecker e:

$$\mathbf{b}(\varpi_{tgt}) = [1 \quad e^{j2\pi\varpi_{tgt}} \quad \dots \quad e^{j2(M-1)\pi\varpi_{tgt}}]^T\tag{2.68}$$

é um vetor de direcionamento temporal (*temporal steering vector*) $M \times 1$. Este vetor assume formato de Vandermonde, pois a forma de onda tem PRF uniforme e a velocidade do alvo é assumida constante.

O *space-time steering vector* $MN \times 1$,

$$\mathbf{y}(\vartheta, \varpi) = \mathbf{b}(\varpi) \otimes \mathbf{a}(\boldsymbol{\vartheta}_{tgt})\tag{2.69}$$

é definido como a resposta de um alvo na frequência espacial $\boldsymbol{\vartheta}_{tgt}$ e com desvio Doppler normalizado ϖ . Na hipótese de haver um alvo nos dados coletados, há a ocorrência do seguinte termo:

$$\mathbf{x}_{tgt} = \alpha_{tgt} \mathbf{y}_{tgt},\tag{2.70}$$

onde o vetor $\mathbf{y}_{tgt} = \mathbf{y}(\boldsymbol{\vartheta}_{tgt}, \varpi_{tgt})$ também pode ser denominado o *target steering vector*.

No que concerne à modelagem de ruído, este trabalho concentrar-se-á no ruído internamente gerado no receptor, mais especificamente, no ruído térmico ou ruído de Johnson, por ser o dominante nos cenários de operação de sistemas radar. Tal ruído se deve às perdas resistivas no receptor do radar. Considerando que cada elemento de antena encontra-se conectado a um receptor individual, conforme ilustrado na FIG. 2.2, é razoável assumir-se que os processos de ruído em cada canal de recepção são mutuamente não correlacionados. Adicionalmente, considere-se que a largura de banda instantânea seja grande, quando comparada com a PRF. Logo, ao se amostrar o ruído de um canal de recepção em instantes de tempo múltiplos do PRI, tem-se amostras temporais de ruído não correlacionadas. Se n_{nm} for a amostra de ruído do n -ésimo elemento de antena para

o m -ésimo PRI. A primeira suposição acima, conduz à correlação espacial de ruído:

$$\mathbb{E} [n_{n_1,m} n_{n_1,m}^*] = n_t^2 \delta(n_1 - n_2), \quad (2.71)$$

onde

$$\delta(m) = \begin{cases} 1 & , m = 0 \\ 0 & , m \neq 0 \end{cases} \quad (2.72)$$

é a função delta de Kronecker e n_t , como já empregada na EQ. (2.63), é a potência de ruído por elemento de antena. A segunda suposição possibilita determinar a correlação temporal de ruído:

$$\mathbb{E} [n_{n,m_1} n_{n,m_2}^*] = n_t^2 \delta(m_1 - m_2). \quad (2.73)$$

As EQs. (2.69) e (2.71) possibilitam obter a componente de ruído da matriz de covariância de espaço-tempo:

$$\mathbf{R}_n = \mathbb{E} [\mathbf{n}_n \mathbf{n}_n^H] = n_t^2 \mathbf{I}_M \otimes \mathbf{I}_N = n_t^2 \mathbf{I}_{MN}. \quad (2.74)$$

Segundo (CURLANDER, 1991; RICHARDS, 2005), a tensão de ruído térmico em um circuito eletrônico pode ser modelada como um processo estocástico Gaussiano de média nula com energia média de $kT_n/2$ joules, onde T_n é a temperatura equivalente da fonte de ruído em Kelvins e $k = 1,38 \times 10^{-23}$ J/K é a constante de Boltzmann. O ruído térmico pode ser assumido um processo Gaussiano branco para frequências abaixo de 100 GHz e temperatura equivalente da fonte de ruído superior a 50 K (RICHARDS, 2005) e, respeitadas essas premissas, assumir-se-á que o ruído na entrada do receptor, $n(t)$, é modelado como um processo Gaussiano branco, cuja potência espectral de ruído, N_0 , é expressa por (RICHARDS, 2005):

$$N_0 = kT_n B_n G, \quad (2.75)$$

onde B_n é a largura de banda equivalente de ruído, que, conforme ilustrado pela FIG. 2.6, é uma faixa espectral de ruído de mesma extensão em frequência que a banda de operação de um filtro retangular ideal com ganho igual ao ganho máximo do filtro casado cujo

ganho máximo é dado por G . Esta condição garante que, dado um ruído branco na entrada, ambos os filtros exibam a mesma potência de ruído na saída. A largura de banda equivalente de ruído é dada por

$$B_n = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df}{\max[|H(f)|^2]} = \frac{1}{G} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df, \quad (2.76)$$

onde $H(f)$ é a função de transferência do filtro casado considerado. A largura de banda equivalente de ruído não é exatamente igual à largura de banda de meia-potência ou de 3 dB, B , definida como a separação em frequência entre dois pontos da função de resposta em frequência $H(f)$ em que a resposta se reduz a 0,707 (3 dB em potência) do seu valor máximo. Não obstante não sejam equivalentes, a largura de banda de 3 dB é uma aproximação razoável para a largura de banda equivalente de ruído para muitos receptores radar (SKOLNIK, 2001; LAWSON, 1950; DIXON, 1998).

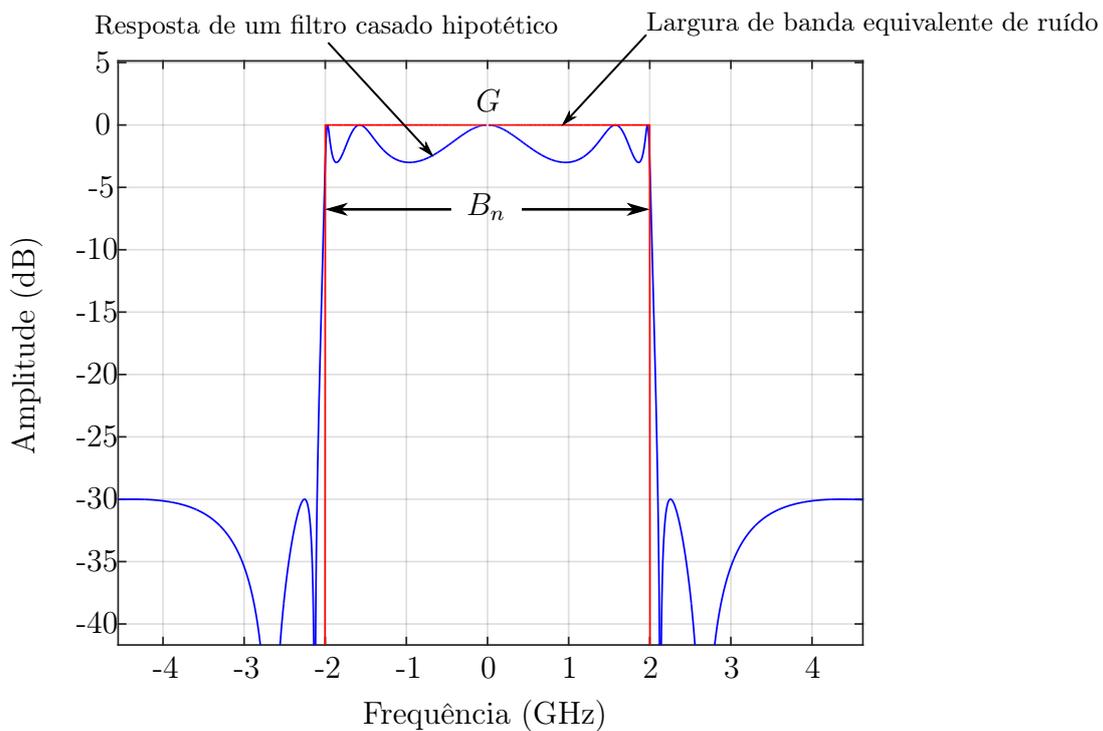


FIG. 2.6: Conceito de largura de banda equivalente de ruído de um filtro.

A FIG. 2.6 foi gerada a partir da resposta em frequência de um filtro genérico (filtro elíptico de quinta ordem, de banda passante de 2 GHz e de atenuação de 30 dB) ao qual foi aplicada uma janela retangular, correspondente à largura de banda equivalente de ruído.

A potência de ruído em um elemento de antena pode ser expressa como:

$$n_t^2 = N_0 B, \quad (2.77)$$

onde B é a largura de banda do receptor conectado ao elemento de antena considerado.

Convém ressaltar que o modelo de ruído apresentado pressupõe a dominância do ruído gerado internamente no receptor. Modelagens de ruído em cenários, por exemplo, com ruído atmosférico e/ou cósmico, introduzem correlação espacial. Neste trabalho, essa correlação espacial, salvo resultados de pesquisa em contrário, será desprezada.

A interferência intencional (conhecida pelo termo em inglês *jamming*) é uma medida eletrônica de apoio (MEA) ou ataque eletrônico, que abrange qualquer interferência intencional, em geral hostil, dirigida para o sítio radar capaz de debilitar ou impossibilitar a sua operação. O *jamming* é classificado de diversas formas, conforme sua natureza, sendo, por exemplo, classificado como supressivo ou enganoso (LIU, 1995; BOYOL, 1979). O *jamming* supressivo é uma forma básica, que consiste na emissão de ruído amplificado sobre toda ou a maior parte da banda de operação do radar visado. O *jamming* enganoso (*deceptive jamming*) consiste de uma técnica sofisticada em que são emitidas formas de onda sintetizadas para mimetizar os ecos de alvos reais e ludibriar o radar visado com alvos inexistentes. Neste trabalho, inicialmente, empregar-se-á o modelo de *jamming* supressivo, portanto, ruídos brancos e coloridos amplificados, haja vista que processamento do *jamming* enganoso pelo processador STAP convencional em nada difere do processamento do eco proveniente de um alvo real.

Assumir-se-á que a energia do *jamming* preenche a largura de banda instantânea do radar, que é largura de banda em banda base do sinal processado no receptor. O sinal do *jamming* também é suposto banda estreita, de forma que o tempo de propagação ao longo do arranjo seja desprezível em relação a $1/B$. Novamente, a PRF da forma de onda radar é considerada muito menor que a largura de banda instantânea e, em consequência, admite-se que o *jamming* não seja correlacionado em pulsos consecutivos. Portanto, o *jamming* é modelado espacialmente correlacionado entre elementos de antena adjacentes e temporalmente não correlacionado pulso a pulso (WARD, 1994). Logo, o *jamming* supressivo simula o ruído térmico temporalmente, porém é detectado pelo radar como um alvo pontual ou como *clutter* espacialmente.

Considere-se uma fonte interferente com alcance R_{jam} , elevação θ_{jam} e azimute ϕ_{jam} .

A densidade espectral de potência do interferidor (em inglês, *jammer*) recebida por um elemento do arranjo é derivada a partir da Equação Radar (NATHANSON, 1991; WARD, 1994) como:

$$J_0 = \frac{S_{jam} g(\phi_{jam}, \theta_{jam}) \lambda^2}{(4\pi)^2 R_{jam}^2 L_{rx}}, \quad (2.78)$$

em que S_{jam} denota a densidade de potência irradiada efetiva do interferidor e L_{rx} engloba as perdas totais do radar na recepção.

Assim, define-se a razão *jammer*-ruído em um elemento de antena como:

$$\xi_{jam} = JNR = \frac{J_0}{N_0}. \quad (2.79)$$

Considere-se agora o *snapshot* espacial para o m -ésimo PRI. A componente de *jamming* será dada por:

$$\mathbf{x}_m = \alpha_m \mathbf{a}_{jam}, \quad (2.80)$$

onde α_m é a amplitude do sinal interferente para o m -ésimo PRI e $\mathbf{a}_{jam} = \mathbf{a}(\phi_{jam}, \theta_{jam})$ é o *jammer steering vector* espacial. Desta forma, o *snapshot* de espaço-tempo do interferidor pode ser escrito como:

$$\mathbf{x}_{jam} = \mathbf{b}_{jam} \otimes \mathbf{a}_{jam}, \quad (2.81)$$

onde $\mathbf{b}_{jam} = [\alpha_0; \alpha_1; \dots; \alpha_{M-1}]$ é o *steering vector* temporal do interferidor, que consiste de um vetor aleatório de amplitudes do interferidor. Em complemento à suposição inicial de que as amostras temporais de *jamming* (tomadas em diferentes pulsos) sejam não correlacionadas, assumir-se-á, também, por conveniência, que o sinal interferente é estacionário em um mesmo CPI. Assim,

$$\mathbb{E} [\alpha_{m_1} \alpha_{m_2}^*] = n_t^2 \xi_{jam} \delta(m_1 - m_2), \quad (2.82)$$

sendo que, vetorialmente, tem-se:

$$\mathbb{E} [\mathbf{b}_{jam} \mathbf{b}_{jam}^H] = n_t^2 \xi_{jam} \mathbf{I}_M. \quad (2.83)$$

A matriz de covariância de espaço-tempo do interferidor é, portanto:

$$\mathbf{R}_{jam} = \text{E} [\mathbf{x}_{jam} \mathbf{x}_{jam}^H] = n_t^2 \xi_{jam} \mathbf{I}_M \otimes \mathbf{a}_{jam} \mathbf{a}_{jam}^H = \mathbf{I}_M \otimes n_t^2 \xi_{jam} \mathbf{a}_{jam} \mathbf{a}_{jam}^H = \mathbf{I}_M \otimes \Phi_{jam}, \quad (2.84)$$

onde Φ_{jam} é a matriz de covariância espacial do interferidor:

$$\Phi_{jam} = \text{E} [\mathbf{x}_m \mathbf{x}_m^H] = n_t^2 \xi_{jam} \mathbf{a}_{jam} \mathbf{a}_{jam}^H. \quad (2.85)$$

Generalizando os resultados anteriores para múltiplos sinais de *jamming*, assumem-se J fontes de *jamming* e sejam θ_k , ϕ_k e $\xi_{jam,k}$, respectivamente, a elevação, o azimute e a relação *jamming*-ruído do k -ésimo interferidor, para $k = 1, \dots, J$. Mais uma vez, faz-se uso da EQ. (2.84), porém, com a matriz de covariância espacial do interferidor agora dada por:

$$\Phi_{jam} = \mathbf{J} \Xi_{jam} \mathbf{J}^H, \quad (2.86)$$

sendo

$$\mathbf{J} = [\mathbf{a}(\phi_1, \theta_1) \quad \mathbf{a}(\phi_2, \theta_2) \quad \dots \quad \mathbf{a}(\phi_{jam}, \theta_{jam})] \quad (2.87)$$

a matriz $N \times J$ dos *jammer spatial steering vectors* e $\Xi_{jam} = n_t^2 \text{diag}(\xi_{jam,1}, \dots, \xi_{jam,J})$ é a matriz $J \times J$ que contém a distribuição de potência dos J interferidores. A matriz de covariância de espaço-tempo dos interferidores obtida na EQ. (2.84), \mathbf{R}_{jam} é diagonal em blocos. Os blocos $N \times N$ situados fora da diagonal são nulos, visto que o *jamming* de diferentes PRI são não correlacionados. Como assumiu-se que o *jamming* é estacionário no mesmo CPI, tem-se, em consequência que os blocos situados na diagonal de \mathbf{R}_{jam} são todos iguais a uma matriz de covariância espacial única (WARD, 1994). Considere-se o posto da matriz de covariância espacial dos interferidores:

$$\rho_{jam} = \text{rank}(\Xi_{jam}). \quad (2.88)$$

Considere-se, ainda, a independência linear entre os J *steering vectors* dos interferidores. Se inexistem dois sinais de *jamming* perfeitamente coerentes, então $\rho_{jam} = J$ e a matriz

de covariância de espaço-tempo dos interferidores possui posto

$$r_{jam} = \text{rank}(\mathbf{R}_{jam}) = M \text{rank}(\mathbf{\Xi}_{jam}) = MJ. \quad (2.89)$$

A interferência resultante das reflexões das transmissões do radar em obstáculos (“alvos”) sem relevância para a missão do radar considerado é conhecida pelo termo em inglês *clutter*. As principais fontes de *clutter*, dependendo da aplicação e da frequência de operação do radar, são: relevo, vegetação, superfície de corpos d’água, chuva, nuvens, bandos de aves, enxames de insetos, etc. No que concerne ao sinal de *clutter*, modelar-se-á somente o *clutter* terrestre, que, para uma plataforma radar fixa, é distribuído espacialmente e possui frequência Doppler praticamente nula, diferentemente dos radares aerotransportados. O sinal de *clutter* considerado, então, pode ser interpretado como sendo a integral das contribuições de todas as fontes de *clutter* situados no mesmo alcance, referido em inglês como *isorange ring*, (ou em múltiplos alcances, se o sistema for ambíguo em alcance). O *clutter* integrado é aproximado como o somatório de P elementos de *clutter* (*clutter patches*) de amplitude angular igual à largura do feixe do radar, conforme ilustrado na FIG. 2.7.

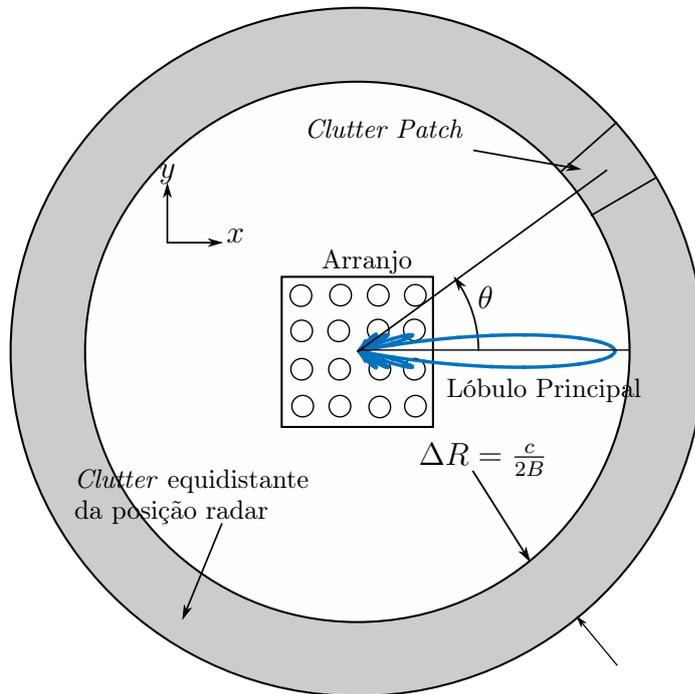


FIG. 2.7: *Clutter* e dependência angular e Doppler para um radar *phased-array* planar, movendo-se em velocidade constante v .

Adicionalmente, assume-se, por simplicidade, que *clutter* modelado não apresenta flutuações de refletividade ao longo do tempo devido ao movimento interno de superfícies de espalhamento (*scatterers*) ou movimento interno de *clutter* (*internal clutter motion* - ICM).

O *clutter* é assumido não correlacionado em alcance e em ângulo e correlacionado em *slow-time* e os *clutter patches* são assumidos com separação da ordem de um célula de resolução radar.

De forma análoga ao *jamming*, pode-se calcular, para cada *clutter patch*, p , o *clutter snapshot* de espaço-tempo por meio da seguinte expressão (RICHARDS, 2005):

$$\mathbf{x}_{clu,p} = \varsigma_{clu,p}^2 \mathbf{b}_{clu,p}(f_{D,p}^{clu}) \otimes \mathbf{a}_{clu,p}(\theta_{clu,p}, \phi_{clu,p}), \quad (2.90)$$

onde $\varsigma_{clu,p}^2$ é a potência do p -ésimo *clutter patch*, obtida a partir da equação radar. O *clutter snapshot* de espaço-tempo total é, portanto:

$$\mathbf{x}_{clu} = \sum_{p=0}^{P-1} \mathbf{x}_{clu,p} = \sum_{p=0}^{P-1} \varsigma_{clu,p}^2 \mathbf{b}_{clu,p}(f_{D,p}^{clu}) \otimes \mathbf{a}_{clu,p}(\theta_{clu,p}, \phi_{clu,p}), \quad (2.91)$$

onde $\theta_{clu,p}$ e $\phi_{clu,p}$ são, respectivamente, a elevação e o azimute do *clutter patch* p e $f_{D,p}^{clu}$ é o seu desvio Doppler. Para a maioria das aplicações de plataformas radar fixas, o *clutter* pode ser assumido com velocidade nula e, portanto, desvio Doppler nulo para todos os *clutter patches*.

A matriz de covariância de espaço-tempo do *clutter* é dada por:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{clu} &= \mathbb{E} [\mathbf{x}_{clu} \mathbf{x}_{clu}^H] \\ &= \sum_{p=0}^{P-1} \varsigma_{clu,p}^2 \mathbf{x}_{clu,p} \mathbf{x}_{clu,p}^H \\ &= \sum_{p=0}^{P-1} \varsigma_{clu,p}^2 [\mathbf{b}_{clu,p}(f_{D,p}^{clu}) \mathbf{b}_{clu,p}(f_{D,p}^{clu})^H] \otimes [\mathbf{a}_{clu,p}(\theta_{clu,p}, \phi_{clu,p}) \mathbf{a}_{clu,p}(\theta_{clu,p}, \phi_{clu,p})^H]. \end{aligned} \quad (2.92)$$

A matriz \mathbf{R}_{clu} é uma matriz $M \times M$ em blocos, em que cada bloco é um submatriz $N \times N$ de covariância cruzada dos *snapshots* espaciais de dois PRIs. \mathbf{R}_{clu} pode ser fatorada da

seguinte forma:

$$\mathbf{R}_{clu} = \mathbf{C}\mathbf{\Xi}_{clu}\mathbf{C}^H, \quad (2.93)$$

onde

$$\mathbf{C} = [\mathbf{c}_1 \quad \mathbf{c}_2 \quad \dots \quad \mathbf{c}_P] \quad (2.94)$$

é uma matriz $MN \times P$ de *steering vectors* de espaço-tempo do *clutter* e $\mathbf{\Xi}_{clu} = \text{diag}(\zeta_{clu,1}^2, \dots, \zeta_{clu,P}^2)$ é a matriz $P \times P$ que contém a distribuição de potência do *clutter* nos *clutter patches*.

Objetivando produzir o cancelamento efetivo do *clutter*, voltar-se-á a atenção para o posto da matriz de covariância de espaço-tempo de *clutter*, que constitui um indicador da predominância do *clutter* no cenário e do número de graus de liberdade (*degrees of freedom* - DoFs) necessários para o cancelamento (WARD, 1994). De acordo com Ward (WARD, 1994), o posto da matriz de covariância de espaço-tempo de *clutter* é reduzido para situações mais genéricas, com plataforma radar com velocidade não nula e, portanto, com mais DoFs de espaço-tempo. Isso sugere que, para a situação de interesse em que a plataforma radar é fixa e há somente DoFs espaciais, o posto da matriz de covariância de *clutter* é ainda mais reduzido, conforme será apresentado a seguir. Klemm (KLEMM, 1983) admitiu a hipótese de que o posto da matriz de covariância de *clutter* é aproximadamente igual a $N + M$. Posteriormente, Brennan e Staudaher (BRENNAN, 1992) desenvolveram a seguinte regra concernente ao posto da matriz de covariância de *clutter*.

$$r_{clu} = \text{rank}(\mathbf{R}_{clu}) \approx \lfloor N + (M - 1)\beta \rfloor, \quad (2.95)$$

onde β é a inclinação da crista de *clutter* (*clutter ridge*), i.e., a distribuição de potência de *clutter* nos domínios angular e Doppler. Os colchetes $\lfloor \cdot \rfloor$ denotam o arredondamento para o inteiro mais próximo. Plataformas radar móveis, e.g.: uma aeronave, induzem uma estrutura de *clutter* bidimensional, i.e., com componentes espacial e Doppler, devido ao movimento relativo do solo em relação à plataforma. Considere-se um *clutter patch* situado no azimute ϕ_{clu} e no alcance R_c (ou na elevação θ_{clu}), de forma que o vetor posição unitário desse segmento de *clutter* em relação ao radar seja $\mathbf{k}(\theta_{clu}, \phi_{clu})$. A frequência

especial desse *clutter* é dada por

$$\vartheta_{clu}(\theta_{clu}, \phi_{clu}) = \frac{\mathbf{k}^T(\theta_{clu}, \phi_{clu})\mathbf{u}_x}{\lambda_c} + \frac{\mathbf{k}^T(\phi_{clu}, \theta_{clu})\mathbf{u}_y}{\lambda_c}. \quad (2.96)$$

A frequência Doppler do eco desse *clutter patch* é definida como:

$$f_{clu}(\phi_{clu}, \theta_{clu}) = \frac{2\mathbf{k}^T(\phi_{clu}, \theta_{clu})\mathbf{v}_p}{\lambda_c}. \quad (2.97)$$

Normalizando a frequência Doppler:

$$\varpi_{clu} = f_{clu}\tau_{PRI} = \frac{2\tau_{PRI}\mathbf{k}^T(\theta_{clu}, \phi_{clu})\mathbf{v}_p}{\lambda_c}, \quad (2.98)$$

decompondo a velocidade da plataforma radar $\mathbf{v}_p = v_{p,x}\mathbf{X} + v_{p,y}\mathbf{Y}$, reescrevemos a frequência Doppler normalizada em função da frequência espacial

$$\varpi_{clu} = \frac{2\tau_{PRI}v_{p,x}}{\lambda_c} \cos \theta_{clu} \sin \phi_{clu} + \frac{2\tau_{PRI}v_{p,y}}{\lambda_c} \cos \theta_{clu} \cos \phi_{clu}, \quad (2.99)$$

assumindo, por conveniência, que $v_{p,x} = v_{p,y} = v_p$ e que $d_x = d_y = d$ e observando que a frequência Doppler do *clutter* é uma função linear de $\sin \phi$, obtêm-se

$$\varpi_{clu} = \frac{2v_p\tau_{PRI}}{d} \vartheta_{clu}, \quad (2.100)$$

ou seja, pode-se exprimir a frequência Doppler normalizada como uma relação linear com a frequência espacial com inclinação dada por

$$\beta = \frac{2v_p\tau_{PRI}}{d}. \quad (2.101)$$

Além disso, também pode-se exprimir o *steering vector* de espaço-tempo do *clutter* somente em função da frequência espacial, ϑ_{clu} , i.e.

$$\mathbf{v}_{clu}(\theta_{clu}, \phi_{clu}) = \mathbf{v}_{clu}(\vartheta_{clu}(\theta_{clu}, \phi_{clu}), \beta\vartheta_{clu}(\theta_{clu}, \phi_{clu})). \quad (2.102)$$

No caso sob análise, em que a plataforma radar é fixa, β é nulo. Como consequência, a

EQ. (2.95) torna-se uma igualdade

$$r_{clu} = \text{rank}(\mathbf{R}_{clu}) = N, \quad (2.103)$$

ou seja, a Regra de Brennan prevê que o posto da matriz de covariância de *clutter* é igual ao número de elementos do arranjo de recepção em cenários com nos quais a plataforma radar e o *clutter* possuem velocidade nula (i.e., desvio Doppler nulo). Disso resulta que somente os N primeiros autovalores de r_{clu} são não nulos, implicando que a matriz de covariância de *clutter* é singular.

Não obstante a Regra de Brennan tenha utilidade na predição do posto da matriz de covariância de *clutter*, fenômenos que representam desvios da idealidade redundam no aumento do posto da matriz de covariância além do previsto pela regra em questão (WARD, 1994). Por exemplo, para uma plataforma fixa, pode-se mencionar o movimento intrínseco do *clutter* (*intrinsic clutter movement* - ICM) e o desajuste do posicionamento de elementos do arranjo de recepção. Tais fenômenos não estão abrangidos no escopo do modelo de *clutter* desta dissertação.

2.2 PROCESSAMENTO ADAPTATIVO EM ESPAÇO-TEMPO (*SPACE-TIME ADAPTIVE PROCESSING* - STAP) DE SINAIS RADAR

Um processador de espaço-tempo pode ser definido como um combinador linear que executa a soma da amostragem espacial dos elementos de um arranjo de antenas com a amostragem temporal dos pulsos que constituem uma forma de onda coerente. O algoritmo STAP é composto, fundamentalmente, por: uma estrutura de algoritmo, uma estratégia de ponderações de treinamento e de aplicação e a abordagem de cálculo das ponderações ou pesos. Nesta seção, discutir-se-á o processamento adaptativo em espaço-tempo, que consiste de uma abordagem simples e onerosa na qual os sinais em cada elemento e pulso são ponderados de forma adaptativa. Se as estatísticas dos sinais interferentes são conhecidas, diz-se tratar-se de processamento adaptativo ótimo em espaço-tempo (STAP ótimo), caso contrário, dir-se-á tratar-se de um processamento subótimo. Serão definidas várias métricas de desempenho do algoritmo STAP. Além disso, discutir-se-ão as limitações do STAP. O estudo do STAP ótimo, malgrado suas limitações, é de interesse, pois representa um limite para o desempenho de qualquer processamento subótimo, objeto da discussão da seção subsequente.

O termo *Space-Time Adaptive Processing* (STAP, Processamento Adaptativo em Espaço-Tempo) foi usado pela primeira vez para descrever o processamento adaptativo conjunto realizado por radares MTI (*moving target indicator*) multicanais aerotransportados (GUERCI, 2003; Van TREES, 1968; DiFRANCO, 1980). Distintamente de radares MTI terrestres (ou terrestres-estacionários), os retornos de *clutter* apresentam simultaneamente dependência espacial (angular) e temporal (Doppler) em radares MTI aerotransportados, mercê do efeito de espalhamento Doppler propiciado pelo movimento relativo do solo em relação ao referencial (radar). Consequentemente, a abordagem tradicional para filtragem das interferências que consiste no *beamforming* e na filtragem Doppler realizados de forma separada e sequencial (em qualquer ordem) não é ótima sob a premissa de uma plataforma radar móvel (GUERCI, 2003; Van TREES, 1968). Em contraste, conforme é apresentado na presente seção, a abordagem ótima consiste na filtragem bidimensional, que atrela as dimensões angular e Doppler.

Desde então, a literatura sobre processamento de sinais radar adotou a sigla STAP para denominar o processamento adaptativo temporal e espacial conjunto de arranjos de sensores (GUERCI, 2003) em geral. Por processamento espacial, subentende-se a síntese de um padrão de irradiação ou de diretividade de antena e, por processamento temporal, técnicas como a demodulação, filtragem ou análise espectral do sinal de saída da mesma antena. Como técnicas de processamento temporal utilizadas pode-se citar a demodulação, a filtragem Doppler e a análise no domínio de Fourier dos sinais recebidos (KLEMM, 2002).

Alguns exemplos de aplicações de técnicas de processamento em espaço-tempo incluem (KLEMM, 2002):

- radar móvel Doppler pulsado: dependência da frequência Doppler do *clutter* na direção de chegada (direction of arrival - DOA);
- dependência temporal da resposta direcional de um arranjo de antenas com conformação de feixe de banda estreita;
- radar MTI aerotransportado;
- radar de abertura sintética (synthetic aperture radar - SAR);
- supressão de interferência em radares de banda estreita por meio de movimento artificial de arranjo;
- supressão de interferência em radares de banda larga;

- rejeição de interferência de banda larga em arranjos de recepção de GPS;
- *jamming* espalhado em terreno;
- cancelamento de interferência no lóbulo principal na presença de multipercursos;
- separação de fontes próximas;
- codificação em espaço-tempo de um arranjo para simplificação da conformação de feixe;
- mitigação de *clutter* em radares além-horizonte (*over-the-horizon* - OTH);
- supressão de reverberação para sonares ativo;
- localização e estimação Doppler simultâneas para sonares passivos;
- processamento de sinais para redes de comunicações;
- estimação espectral e de DOA simultâneas em um ambiente com múltiplas fontes.

A necessidade de processamento conjunto no espaço e no tempo surgiu a partir da necessidade de filtragem do *clutter* terrestre em radares MTI aerotransportados ou espaciais, caracterizado pela dependência inerente e simultânea do espaço e do tempo. Ou seja, os sinais de retorno do *clutter* terrestre filtrados dependem simultaneamente da sua posição angular e do desvio Doppler relativo devido ao deslocamento da plataforma aérea/espacial do radar. Distintamente, no *clutter* de radares fixos não há dependência espacial e esses retornos podem ser suprimidos por uma filtragem unidimensional (1D) simples.

Desta forma, o processamento de sinais em espaço-tempo é requerido sempre que há uma dependência funcional entre variáveis espaciais e temporais.

Na hipótese mais geral para aplicação do STAP, que abrange uma plataforma radar móvel, o *clutter* em espaço-tempo é geralmente modelado por um ruído colorido, o que implica na necessidade de modelagem acurada do *clutter* a fim de permitir a filtragem em espaço-tempo do sinal de interesse (eco do alvo).

O requisito de acuidade do modelo do *clutter*, naturalmente, é fortemente dependente da aplicação pretendida. Exemplificando, radares MTI aerotransportados (*airborne moving target indicator* - AMTI), de PRF elevada e sem ambiguidade em velocidade (GUERCI, 2003; SCHLEHER, 1991), são capazes de cancelar o *clutter* por meio de nulos

em lóbulos secundários (GUERCI, 2003; SCHLEHER, 1991), sem a necessidade de modelos complexos para o *clutter*. De maneira diversa e contrastante com o exemplo anterior, radares MTI para detecção de alvos terrestres (*ground moving target indicator* - GMTI), não raro, devem detectar e acompanhar alvos lentos e muito próximos (pequenas separações simultâneas angular e Doppler) entre si e do *clutter* do lóbulo principal. Neste caso, há necessidade de um modelo de *clutter* de alta fidelidade e de um esquema de filtragem bidimensional (GUERCI, 2003, 2002). Disso advém um problema desafiador, por envolver uma modelagem altamente complexa, que compreende variados tipos de terreno, refletividade de superfícies e movimentos internos do *clutter* (GUERCI, 2003, 2002). A esse problema, não raro, impõe-se ainda o requisito de implementação do modelo em tempo real. Com efeito, uma considerável parcela da pesquisa corrente sobre STAP concentra-se no refino e robustecimento do modelo (explícito ou implícito) do *clutter* terrestre para as aplicações GMTI (SCHRADER, 2004; BERGIN, 2002; MELVIN, 2001; GUERCI, 2003).

A distribuição direcional de intensidade dos pulsos eletromagnéticos emitidos pelos radares MTI é apropriadamente descrita pelo *beam pattern* da antena transmissora (BARTON, 1976; GUERCI, 2003). Devido ao seu princípio de funcionamento, os radares MTI, além de iluminar o alvo de interesse, irradiam pulsos de RF em toda a cobertura angular do seu campo de visão, de acordo com a geometria da antena transmissora. Em particular, a composição das reflexões que constituem o *clutter* terrestre podem ser várias ordens de grandeza superiores que o eco do alvo de interesse e assim comprometer ou impossibilitar sua detecção (GUERCI, 2003).

Em um radar MTI *phased-array* aerotransportado, por exemplo, é possível caracterizar os sinais refletidos em um alvo situado em uma dada célula de alcance em função do desvio Doppler e do ângulo de chegada. Exemplificando esse conceito a partir de um radar MTI com movimento relativo ao solo, a FIG. 2.8 apresenta o *clutter* como uma crista 2D (bidimensional) localizada no ângulo de chegada e espalhada por todas as frequências Doppler.

Observe-se que, caso a plataforma do radar e *clutter* estejam estáticos, os retornos do *clutter* relativo do solo não possuem desvio Doppler e podem ser suprimidos por uma filtragem 1D, conforme já asseverado.

Além disso, os *jammers* de banda larga se situam em um ângulo de chegada específico e também se espalham por todos os desvios de frequência Doppler. O ruído de recepção é um processo aleatório no tempo e frequência com amostragem, independente identicamente

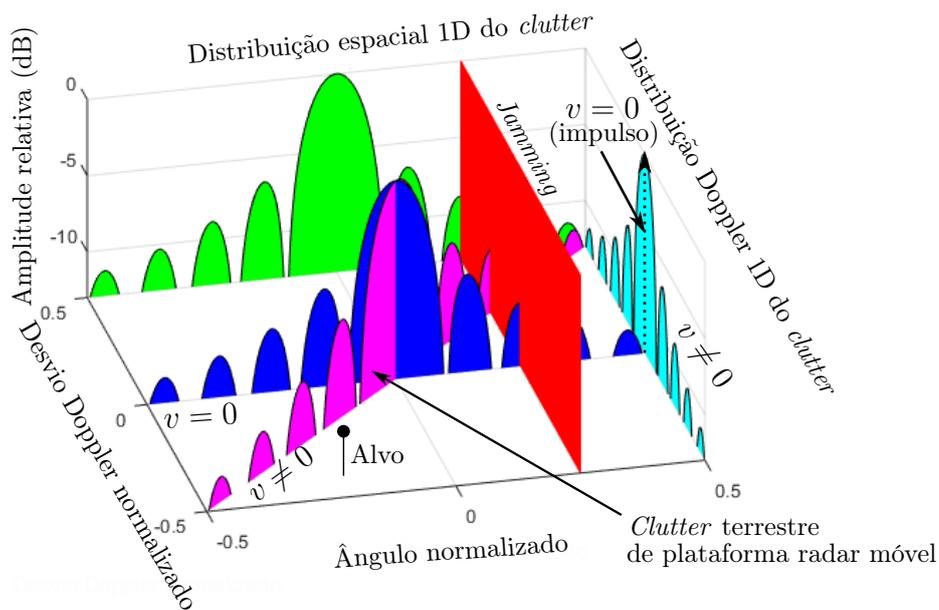


FIG. 2.8: Espectro de potência em espaço-tempo de um radar MTI aerotransportado. Observe-se a “crista” do clutter presentes nos lóbulos principal e secundários da antena.

distribuída espacialmente, sendo, portanto, representado como um ruído uniformemente espalhado por todo o espaço ângulo-Doppler. Assumindo-se que a energia do *jamming* conserve-se, independentemente dos desvios Doppler, a discriminação de *jammers* é obtida a partir de uma filtragem espacial 1D simples da sua DOA.

Complementarmente à separação angular e em alcance, o desvio Doppler resultante do movimento dos alvos é determinante para distingui-los do *clutter* terrestre que, como em (SCHLEHER, 1991), é assumido estatisticamente estacionário neste trabalho. Assume-se que os retornos do *clutter* terrestre não apresentam desvios Doppler significativos para um radar fixo e, portanto, poderiam ser simplesmente suprimidos por processamento Doppler que filtre alvos com desvio Doppler nulo (SCHLEHER, 1991; GUERCI, 2003). Não obstante esse processamento 1D (unidimensional) ser suficiente para a supressão do *clutter* terrestre, o emprego de um processamento 2D (bidimensional), i.e. o STAP, por um radar fixo, e.g., um radar de vigilância aérea, permanece atrativa na presença de *clutter* e *jamming* cujos parâmetros estatísticos não são conhecidos a priori, conforme demonstrado experimentalmente (FARINA, 2004). O emprego em cascata de filtragem adaptativa Doppler, para supressão de *clutter*, e de um *beamformer* espacial adaptativo,

para suprimir o *jamming* (FARINA, 1992, 2004), não apresenta desempenho satisfatório quando um ou mais dessas interferências é intensa (FARINA, 2004). Por exemplo, o processamento Doppler não estima corretamente a matriz de covariância do *clutter* na presença de um *jamming* intenso, que impossibilita o cancelamento do *clutter* e, também, a estimação da matriz de covariância do *jamming*, o que, por sua vez, impede o cancelamento do *jamming* (FARINA, 2003). Analogamente, um *beamformer* espacial adaptativo não estima corretamente a matriz de covariância de *jamming* na presença de *clutter* intenso. Deste modo, a alternativa restante ao processador adaptativo que lhe possibilita rejeitar satisfatoriamente *clutter* e *jamming* simultaneamente é o processamento 2D, em outras palavras, o STAP (FARINA, 2004). Em consequência, proceder-se-á, a seguir, a derivação do *beamformer* ótimo de espaço-tempo para rejeição simultânea do *clutter* e do *jamming*.

Considere-se agora a arquitetura geral de um processador STAP ótimo. Sendo o objetivo principal de um radar de vigilância manter um volume específico do espaço sob observação a fim de detectar, identificar e rastrear alvos em potencial. A vigilância, de modo geral, compreende todo o espaço e todo o alcance de detecção do radar, porém, em um mesmo intervalo de processamento coerente, a vigilância compreende o setor angular iluminado pelo feixe transmitido para o CPI considerado. Se for considerado um *range gate* fixo para se averiguar a presença de alvos, o processador de sinais radar receberá dados em *snapshots* de espaço-tempo, de dimensão $M \times N$, referentes a M pulsos para cada um dos N elementos do arranjo. Sendo o processador de espaço-tempo um filtro linear, ele combina as amostras do *range gate* (l) considerado, gerando um escalar, conforme ilustrado na FIG. 2.9.

Os retardos em cada elemento do arranjo representam os pulsos de um CPI e sua duração T corresponde ao PRI, i.e. LT_s . O processador de espaço-tempo recebe sinais de entrada amostrados espacialmente por N (graus de liberdade espaciais) elementos do arranjo e temporalmente por M pulsos da forma de onda radar (graus de liberdade temporais) e sua atuação pode ser sintetizada por um vetor de ponderações \mathbf{w}

$$\mathbf{w} = [w_{11} \dots w_{1M} w_{21} \dots w_{2M} \dots w_{N1} \dots w_{NM}]^T, \quad (2.104)$$

com MN elementos. Conforme esquematizado na FIG. 2.9. A saída z do combinador é a sobreposição linear do sinal de resposta desejado z_s e a resposta indesejada composta de

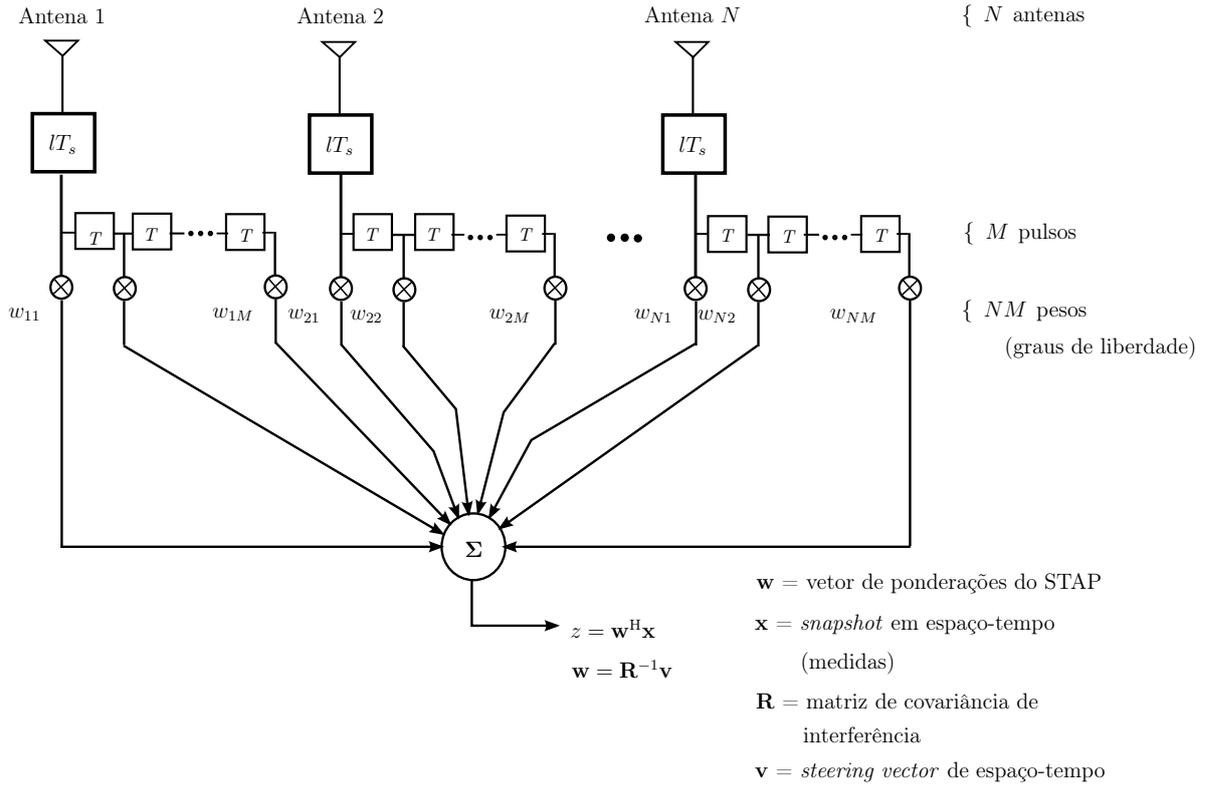


FIG. 2.9: Diagrama em blocos funcional de um processador em espaço-tempo para um dado *range gate* l .

ruído e/ou interferência z_i .

$$z = z_s + z_i = \mathbf{w}^T \mathbf{s} + \mathbf{w}^T \mathbf{i}, \quad (2.105)$$

onde $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^N$ é a componente de sinal do *beamformer* e $\mathbf{i} \in \mathbb{C}^N$ é uma variável aleatória de média nula e variância finita (PAPOULIS, 2001; GUERCI, 2003) que condensa todos os sinais interferentes: *clutter*, \mathbf{c} , *jamming* (intencional ou não), \mathbf{j} e todas as fontes de ruído, \mathbf{n} , de forma que $\mathbf{i} = \mathbf{c} + \mathbf{j} + \mathbf{n}$.

É também possível interpretar o vetor de ponderações como a atuação combinada de um *beamformer* e de um filtro Doppler. O efeito da atuação do processador de espaço-tempo é produzir um ganho coerente no sinal de eco do(s) alvo(s) de interesse, criando, simultaneamente, nullos angulares e Doppler que cancelem o *clutter* e o *jamming*. É uma suposição válida na maioria dos cenários de emprego do STAP que não há conhecimento *a priori* sobre o *clutter* e o *jamming*, conseqüentemente, o vetor de ponderações deve ser determinado de maneira adaptativa a partir dos sinais de retorno recebidos pelo radar.

Considerando-se ainda que cada vetor de ponderação é otimizado para uma posição angular e um desvio Doppler específicos e que tais parâmetros do alvo também são supostos desconhecidos *a priori*, os processadores de espaço-tempo, em geral, formam um banco de filtros de espaço-tempo, a partir do cálculo de múltiplos vetores de ponderação, a fim de discernir os parâmetros (posição angular e velocidade radial) de todos os potenciais alvos.

Cubo de dados do CPI Processador de Espaço-Tempo

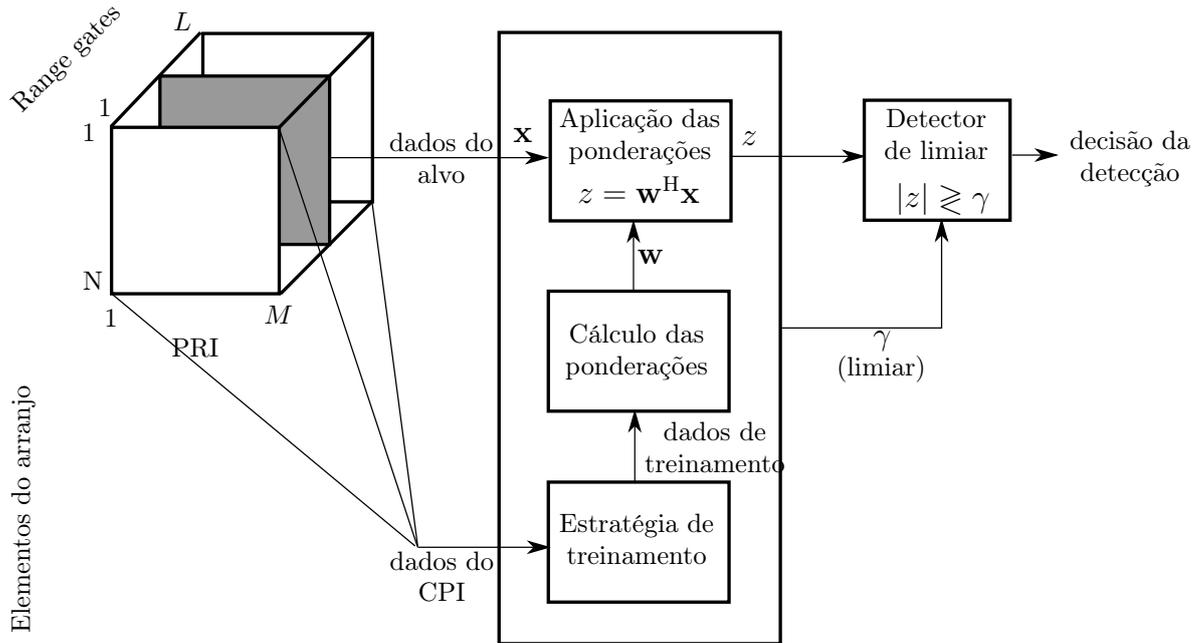


FIG. 2.10: Visão geral sobre o fluxo de dados do processamento adaptativo em espaço-tempo.

A FIG. 2.10 apresenta uma visão mais completa sobre o processador de espaço-tempo. O cubo de dados do CPI contém uma seção sombreada que corresponde aos dados no *range gate* de interesse ("dados do alvo"). O processador de espaço-tempo propriamente dito compreende três componentes principais (WARD, 1994): *Estratégia de treinamento* - conjunto de regras aplicadas aos dados do CPI que resulta em dados de treinamento que serão usados para estimar as interferências. *Cálculo de ponderações* - calcula o vetor de ponderações adaptativo a partir de cada conjunto de dados de treinamento recebido. *Aplicação das ponderações* - responsável pelo cálculo da estatística de teste (saída escalar) a partir do *beamforming* bidimensional. A presença do alvo em uma posição angular e com uma velocidade radial específicas é finalmente determinada a partir da comparação da saída escalar do filtro de espaço-tempo com um limiar. A saída efetiva

do processador é um escalar (ou decisão) para cada alcance, posição angular e velocidade nas quais a presença do alvo é verificada. Esta Proposta não presumirá a existência de uma estrutura de detecção. A discussão subsequente explorará em maior detalhe os blocos constituintes do processador ótimo de espaço-tempo.

Posto que a interferência é suposta desconhecida *a priori*, ocorre sua estimação a partir dos dados contidos no CPI. Uma vez que o processador recebe os dados brutos do CPI, um segundo conjunto de dados é derivado a partir da implementação de um conjunto de regras de treinamento. Esse conjunto de dados derivado, denominado dados de treinamento, destina-se a calcular os pesos adaptativos. Para tal, a estratégia de treinamento deve atingir a melhor estimativa possível das interferências para o *range gate* considerado. São usados os dados de treinamento, por vezes escassos, disponíveis nos *range gates* adjacentes ao *range gate* de interesse. A estratégia de treinamento deve ser definida levando em consideração vários fatores (WARD, 1994). Inicialmente, para que o cancelamento (posicionamento conveniente de nulos em espaço-tempo) efetivo das interferências seja garantido, deve haver uma quantidade suficiente de *snapshots* de espaço-tempo nos *range gates* que constituem o conjunto de treinamento para uma estimativa adequada das interferências. Além disso, o conjunto de treinamento deve sofrer atualizações ou alterações, caso seja necessário, em função do eventual caráter não-estacionário da interferência. Há um atrelamento entre a estratégia de treinamento e o cálculo das ponderações, visto que alterações no conjunto de treinamento implicam em recalcular o vetor de ponderações.

As estratégias empregadas para o cálculo das ponderações podem ser agrupadas em três categorias principais. A primeira categoria é denominada *inversão de matriz de amostras* (*sample matrix inversion* - SMI) (WARD, 1994; REED, 1974) e refere-se às técnicas que calculam efetivamente o vetor de ponderações a partir da inversa da matriz de covariância da amostras dos dados de treinamento. A SMI também se refere a algoritmos mais estáveis a partir dos quais calculam-se as ponderações a partir da decomposição QR da matriz de dados de treinamento. A segunda categoria é chamada de *projeção em subespaço* e compreende algoritmos que analisam os autovalores da matriz de covariância de amostras ou uma decomposição em valores singulares (*singular value decomposition* - SVD) da matriz de dados de treinamento a fim de estimar o subespaço gerado pelas interferências. O vetor de ponderações é obtido pela projeção da resposta desejada nos subespaço ortogonal ao subespaço das interferências, o que força o vetor de ponderações a anular as interferências. A terceira categoria, o *subespaço de SMI* combina as duas

primeira categorias. Os dados são projetados em um espaço de dimensão inferior por meio de alguma transformação e, então, um problema SMI reduzido é resolvido com os dados projetados (e o *steering vector*) no espaço de dimensão inferior. A transformação pode ser fixa ou adaptativa. Distintamente da projeção em subespaço, o subespaço de SMI preserva a relação sinal-interferência-mais-ruído (*signal-interference-plus-noise ratio* - SINR) de forma ótima no caso ideal. Com a redução do tamanho do problema SMI, os requisitos computacionais e de treinamento são atenuados. Essas técnicas são discutidas no prosseguimento desta seção.

A aplicação das ponderações resulta na geração da saída do processador após o cálculo dos vetores de ponderação. A carga computacional desta etapa de processamento de espaço-tempo varia linearmente com a dimensão do vetor de ponderação e com o número de *range gates*. O número de *range gates*, por sua vez, dependem da PRF e da largura de banda instantânea do filtro casado do radar (WARD, 1994).

Descrever-se-á agora o algoritmo STAP ótimo. Um processador de espaço-tempo que calcule e aplique ponderações adaptativas a cada elemento de arranjo e pulso é dito um processador STAP ou um processador de espaço-tempo plenamente adaptativo (WARD, 1994) e foi proposto pela primeira vez por (BRENNAN, 1976).

É assumida a presença de um alvo no alcance de interesse, cujo sinal de eco recebido pelo radar é corrompido por interferências e ruído. Assuma-se, ainda concernendo ao alvo, que ψ_{tgt} , f_{tgt} e α_{tgt} sejam, respectivamente, sua posição angular, desvio Doppler e amplitude. Um *snapshot* dos sinais de espaço-tempo no alcance de interesse, conforme antecipado pela hipótese H_1 da EQ. (2.18), reescrita a seguir por conveniência

$$\mathbf{x} = \alpha_{tgt} \mathbf{y}_{tgt} + \mathbf{i}, \quad (2.106)$$

onde \mathbf{x} é o *snapshot* de espaço-tempo e $\mathbf{y}_{tgt} = \mathbf{b}(f_{tgt}) \otimes \mathbf{a}(\psi_{tgt})$ é o *steering vector* de espaço-tempo do alvo. O processador linear, i.e., o *beamformer* de espaço-tempo obtido na EQ. (2.104), pode ser considerado ótimo sob vários critérios, e.g. (KLEMM, 2002): máxima verossimilhança (*maximum likelihood* - ML), relação sinal-ruído (SNR) máxima, mínima variância de ruído linearmente restrita (*linearly constrained minimum noise variance* - noise LCMV, mínimo erro quadrático (*least mean square error* - LMSE), etc. Nesta dissertação, como em diversos projetos de sistemas de radar objetiva-se maximizar a componente de sinal da resposta e, ao mesmo tempo, minimizar a componente de ruído,

como forma de favorecer a detecção dos sinais dos ecos dos alvos de interesse. Logo, seleciona-se, como métrica a SNR, definida, neste caso particular, como

$$SNR = \frac{E[|z_s|^2]}{E[|z_n|^2]}, \quad (2.107)$$

onde $z_n = \mathbf{w}^H \mathbf{n}$.

Como a modelagem de sinais realizada na seção precedente assume a presença de outras interferências além do ruído térmico nos sinais recebidos, a componente \mathbf{i} pode ser modelada como um ruído colorido, i.e.

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{R}_{clu+jam} + \sigma_n^2 \mathbf{I}, \quad (2.108)$$

onde $\mathbf{R}_{clu+jam}$ é a componente colorida devida ao *clutter* e ao *jamming* e $\sigma_n^2 \mathbf{I}$ é a componente devida ao ruído branco. Assumindo-se ainda, como em (Van TREES, 1968), que \mathbf{R}_i é positiva-definida, pode-se substituir z_n por z_i , definindo-se a relação sinal-interferência-mais-ruído (*signal-to-interference-plus-noise ratio* - SINR)

$$SINR = \frac{E[|z_s|^2]}{E[|z_i|^2]}, \quad (2.109)$$

Como \mathbf{w} não é aleatório, reescreve-se $E[|z_i|^2]$

$$\begin{aligned} E[|z_i|^2] &= E[|\mathbf{w}^H \mathbf{i}|^2] \\ &= \mathbf{w}^H E[\mathbf{i} \mathbf{i}^H] \mathbf{w} \\ &= \mathbf{w}^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}, \end{aligned} \quad (2.110)$$

onde

$$\mathbf{R}_i = E[\mathbf{i} \mathbf{i}^H] \in \mathbb{C}^{N \times N} \quad (2.111)$$

é a matriz de covariância de espaço-tempo de interferências definida na EQ. (2.21). Desta forma, resolve-se o problema de maximização da SINR, em substituição à maximização da SNR, de forma a obter uma solução fechada para o *beamformer* bidimensional ótimo

e, com isso, obter o vetor de ponderações \mathbf{w} (GUERCI, 2003)

$$\max_{\mathbf{w}} \frac{|\mathbf{w}^H \mathbf{s}|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}} \quad \text{sujeito a: } \mathbf{w}^H \mathbf{s} = 1. \quad (2.112)$$

em que $\mathbf{s} = \alpha_{tgt} \mathbf{y}_{tgt}$. Pode-se escrever $\mathbf{R}_i^{1/2} \mathbf{R}_i^{-1/2} = \mathbf{I}$ para, aplicando-se a desigualdade de Cauchy-Schwarz, obter a seguinte expressão

$$\begin{aligned} \frac{|\mathbf{w}^H \mathbf{s}|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}} &= \frac{|\mathbf{w}^H \mathbf{R}_i^{1/2} \mathbf{R}_i^{-1/2} \mathbf{s}|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}} \\ &\leq \frac{(\mathbf{w}^H \mathbf{R}_i \mathbf{w})(\mathbf{s}^H \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{s})}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}} = \mathbf{s}^H \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{s}. \end{aligned} \quad (2.113)$$

No caso particular em que

$$\mathbf{R}_i^{1/2} \mathbf{w} = \nu \mathbf{R}_i^{-1/2} \mathbf{s}, \quad (2.114)$$

ou, equivalentemente

$$\mathbf{w} = \nu \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{s}, \quad (2.115)$$

em que ν é uma constante complexa, obtém-se a igualdade na expressão EQ. (2.113). Neste caso, o valor ótimo da *SINR* fica

$$SINR_o = \mathbf{s}^H \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{s} \quad (2.116)$$

Foi provado por (BRENNAN, 1973) que, em um ambiente com interferências Gaussianas, o vetor de ponderações do filtro ótimo de espaço-tempo dado pela EQ. (2.115) maximiza a probabilidade de detecção, P_D , para uma dada probabilidade de falso alarme, P_{FA} e que a maximização da *SINR* implica na maximização da P_D (FERREIRA, 2017). Isto posto, como a *SINR* não se altera com ν , conseqüentemente a P_D também não se altera. Não obstante, para o caso particular em que

$$\nu = \frac{1}{\mathbf{s}^H \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{s}}, \quad (2.117)$$

o filtro ótimo de espaço-tempo é normalizado e é chamado de filtro de espaço-tempo de resposta de mínima variância sem distorções (*minimum variance distortionless response*

(MVDR) *space-time filter*)

$$\mathbf{w}_{MVDR} = \frac{\mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{s}}{\mathbf{s}^H \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{s}}, \quad (2.118)$$

que é o análogo bidimensional do *beamformer* MVDR. O filtro de espaço-tempo, como seu análogo unidimensional, fornece a estimação despolarizada de mínima variância do sinal desejado, o que equivale a um filtro sem distorção, visto que qualquer forma de onda incidente da localização espacial do sinal de eco do alvo não sofre distorção ao ser filtrada (Van TREES, 2002).

Na prática, todavia, a premissa do perfeito conhecimento da matriz de covariância de interferências, \mathbf{R}_i , não é realista. Logo, deve ser estimada a partir de um conjunto finito de amostras de apoio disponíveis, \mathcal{K} , dos quais são empregados K elementos (*snapshots* de espaço-tempo) para a estimação dada por

$$\hat{\mathbf{R}}_i = \frac{1}{K} \sum_{k \in \mathcal{K}} \mathbf{x}(k) \mathbf{x}^H(k). \quad (2.119)$$

Usualmente, os dados de treinamento, $\mathbf{x}(k)$, i.e., as amostras efetivamente empregadas na estimação da covariância, abrangem um intervalo de alcance em torno do *range gate* de interesse, sem, no entanto, contê-lo. Caso os dados de treinamento sejam todos estatisticamente independentes e identicamente distribuídos (iid) em relação à hipótese H_0 , conforme já asseverado, é possível obter a estimar a matriz de covariância de espaço-tempo de interferências. No entanto, a fim de evitar a autocorrelação do alvo, a estimativa de \mathbf{R} exclui a célula (*snapshot*) sob teste e algumas adjacentes (“células de guarda”), dos dados de treinamento. A degradação de desempenho resulta das discrepâncias existentes entre a matriz de covariância de interferências real e estimada.

Para se reduzir o nível dos lóbulos secundários do *beamformer* obtido na EQ. (2.114), ao custo do alargamento do lóbulo principal e de redução da *SINR*, pode-se empregar um janelamento bidimensional ao *steering vector* do alvo \mathbf{y}_{tgt}

$$\mathbf{w} = \nu \mathbf{R}_i^{-1} (\mathbf{s} \odot \mathbf{t}), \quad (2.120)$$

onde \odot é o produto de Hadamard e

$$\mathbf{t} = \mathbf{t}_D \otimes \mathbf{t}_\psi \quad (2.121)$$

em que $\mathbf{t}_D \in \mathbb{R}_+^M$ é um vetor de janelamento Doppler de dimensão M e $\mathbf{t}_\psi \in \mathbb{R}_+^N$ é um vetor de janelamento angular de dimensão, de forma que $\mathbf{t} \in \mathbb{R}_+^{MN}$. A aplicação do janelamento torna a EQ. (2.117) subótima, não obstante, em um ambiente com interferências com níveis elevados, o vetor de ponderação dado pela EQ. (2.117) consiste na melhor aproximação segundo o critério dos mínimos quadrados da resposta desejada, sujeita a ter suas respostas nulas dispostas temporal e espacialmente sobre as interferências (WARD, 1994). Isto deve-se ao fato de que, quando a relação interferência-ruído (*interference-to-noise ratio* - INR) tende ao infinito, o vetor de ponderações se reduz a uma projeção do vetor de resposta desejado sobre o espaço vetorial ortogonal ao subespaço de interferências (WARD, 1994).

Em seguida, apresentar-se-á sucintamente as figuras de mérito e métricas mais relevantes para avaliar o desempenho dos filtros de espaço-tempo.

O filtro ótimo de espaço-tempo obtido a partir da substituição de \mathbf{R}_i^{-1} em EQ. (2.118) pela matriz de covariância estimada, $\hat{\mathbf{R}}_i^{-1}$, é conhecido como o filtro de espaço-tempo MVDR de inversão de matriz de amostras (*sample matrix inversion* - SMI). A disponibilidade de amostras de apoio é mais crítica devido à natureza não estacionária do *clutter* e do *jamming* reais. A heterogeneidade do *clutter* em alcance, combinada com a dependência da potência de transmissão e o ângulo de elevação, reduz o número de *range gates* nos quais o *clutter* pode ser considerado efetivamente estacionário (de OLIVEIRA, 2016). As técnicas de posto reduzido são capazes de mitigar os efeitos do adversos decorrentes de amostras de apoio reduzidas na estimação da matriz de covariância de espaço-tempo.

O problema de otimização que advém da matriz de covariância de todo o sinal recebido, $\mathbf{R} = E[\mathbf{xx}^H]$, é denominado resposta sem distorção de mínima potência (*minimum power distortionless response* - MPDR) (Van TREES, 2002). As soluções da MPDR e da MVDR são idênticas quando há perfeito conhecimento da matriz de autocorrelação e do *steering vector* desejado, i.e., do alvo. Mas os filtros MPDR de espaço-tempo baseados em SMI apresentam desempenho reduzido (Van TREES, 2002; COX, 1987; GERSHMAN, 2010). O desempenho degradado é ocasionado pelo cancelamento do sinal, referido como autoanulação do sinal. Em cenários realistas, nos quais ocorrem descasamentos entre a resposta presumida e a resposta real de espaço-tempo do processador STAP, essa situação é registrada, por exemplo, quando há uma amostra de apoio finita para estimação da matriz de covariância (FERREIRA, 2017).

Inicialmente, abordar-se-á o *padrão adaptado* (*adapted pattern*), que consiste no *power*

pattern da aplicação do vetor de ponderações à componente de sinal do *snapshot* de espaço-tempo

$$P(f, \psi) = |\mathbf{w}^H \mathbf{s}(\psi, f)|^2 = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_i \mathbf{w} \quad \text{sujeito a: } \mathbf{w}^H \mathbf{s} = 1 \quad (2.122)$$

O *adapted pattern* é a resposta em frequência bidimensional (ângulo-Doppler) do filtro STAP. Pode ser interpretado como o análogo bidimensional do *beam pattern*. Para um arranjo uniforme e para um PRI fixo, o *adapted pattern* é calculado pela transformada inversa de Fourier do vetor de ponderações. Idealmente, o *adapted pattern* posiciona nulos nas direções das fontes de interferência e impõe elevado ganho na posição angular e na frequência Doppler do alvo de interesse. O formato e os níveis dos lóbulos secundários também são de interesse.

Na circunstância particular em que se observa a ausência de interferências, i.e. quando $\mathbf{w} = \mathbf{s}(f_{tgt}, \psi_{tgt})$, o *adapted pattern* é chamado de padrão quiescente (*quiescent pattern*). O *quiescent pattern* é análogo a aplicação conjunta de integração de pulsos e do *beamformer* Capon (FERREIRA, 2017), que satisfaz ao seguinte problema de otimização

$$\min_{\mathbf{w}} E [|\mathbf{w}^H \mathbf{x}|^2] = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_i \mathbf{w} \quad \text{sujeito a: } \mathbf{w}^H \mathbf{s} = 1. \quad (2.123)$$

Considerando-se que \mathbf{R}_i é assumida positiva-definida, a função objetivo é convexa quadrática sujeita a uma restrição de igualdade linear (PIERRE, 1986; GUERCI, 2003). Logo, uma condição necessária e suficiente para um extremo é que o gradiente da seguinte função objetivo aumentada se anule

$$\nabla_{\mathbf{w}} [\mathbf{w}^H \mathbf{R}_i \mathbf{w} + \epsilon(1 - \mathbf{w}^H \mathbf{s})] = \mathbf{0} \quad (2.124)$$

onde $\nabla_{\mathbf{w}}$ é o gradiente com respeito ao vetor \mathbf{w} e ϵ é o multiplicador de Lagrange associado à restrição de ganho unitário. Resolvendo a EQ. (2.124), obtém-se o estimador espectral Capon ótimo (Van TREES, 2002)

$$\mathbf{w} = \mu \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{s} \quad (2.125)$$

no qual, para satisfazer a restrição de ganho unitário $\mathbf{w}^H \mathbf{s} = 1$

$$\mu = \frac{1}{\mathbf{s}^H \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{s}} \quad (2.126)$$

que corresponde ao inverso da expressão do *beamformer* de máxima *SINR*.

Observe-se que o filtro de espaço-tempo quiescente dado por $\mathbf{w} = \mathbf{s}$ não depende dos dados dos ecos dos alvos para sua geração (FERREIRA, 2017), de modo que pode ser construído a partir de frequências Doppler e espaciais arbitrárias.

Uma métrica comumente empregada para a análise do desempenho do filtro de espaço-tempo é a própria *relação sinal-interferência-mais-ruído (SINR)*. Para um alvo na direção ψ_{tgt} e com frequência Doppler f_{tgt} define-se a *SINR* como

$$SINR = \frac{\text{E}[|\mathbf{w}^H \mathbf{s}|^2]}{\text{E}[|\mathbf{w}^H \mathbf{x}|^2]} = \frac{\alpha_{tgt} |\mathbf{w}^H \mathbf{y}_{tgt}|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}} \quad (2.127)$$

onde $\alpha_{tgt} = n_t \sqrt{\xi_l}$, sendo n_t^2 a potência de ruído térmico presente em cada elemento do arranjo de antenas receptoras e ξ_l a SNR do sinal de eco recebido pelo radar, e \mathbf{y}_{tgt} é o *steering vector* de espaço-tempo do alvo.

Se o vetor de ponderações que maximiza a *SINR*, obtido na EQ. (2.115), for substituído na EQ. (2.125), obtém-se a expressão geral da *SINR* ótima

$$SINR_o = n_t^2 \xi_l \mathbf{y}_{tgt}^H \mathbf{R}_i \mathbf{y}_{tgt}. \quad (2.128)$$

Efetuada substituição análoga à que resultou na equação anterior, a *SINR* produzida por um filtro STAP com janelamento é dada por

$$SINR_t = \frac{n_t^2 \xi_l |\mathbf{h}_{tgt}^H \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{y}_{tgt}|^2}{\mathbf{h}_{tgt}^H \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{h}_{tgt}}, \quad (2.129)$$

onde $\mathbf{h}_{tgt} = \mathbf{y}_{tgt} \odot \mathbf{t}$ é o vetor resultante da aplicação do vetor \mathbf{t} que implementa a função de janelamento à componente de sinal \mathbf{s} do *snapshot* de espaço-tempo \mathbf{x} .

Pode-se definir a *SINR* normalizada como

$$\rho = \frac{SINR}{SINR_o}, \quad (2.130)$$

onde *SINR* é a *SINR* de saída do filtro para um dado vetor de ponderações, obtida

a partir da estimativa da covariância, e $SINR_o$ é a $SINR$ ótima, obtida a partir da covariância verdadeira. O erro médio quadrático (*mean square error - MSE*) quantifica a capacidade de um filtro de cancelar a interferência. O MSE é definido para amostras sem alvos como

$$MSE = E [|\mathbf{w}^H \mathbf{x}|^2] = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}, \quad (2.131)$$

que não surpreendentemente é o denominador (a interferência-mais-ruído) da definição da $SINR$. Como a restrição de inexistência de distorção foi imposta na EQ. (2.123), i.e. o *steering vector* \mathbf{y}_{tgt} utilizado para calcular o vetor de ponderações \mathbf{w} é o mesmo usado para calcular a $SINR$, resulta que nesse caso a $SINR$ de saída do filtro \mathbf{w}

$$SINR = \frac{n_t^2 \xi_l}{MSE}. \quad (2.132)$$

Portanto, substituindo a EQ. (2.132) na EQ. (2.130) resulta em

$$\rho = \frac{MSE_o}{MSE} = \frac{MMSE}{MSE}, \quad (2.133)$$

onde o MSE ótimo é denominado MSE mínimo (*minimum mean square error - MMSE*), que será um valor fixo para um dado cenário, ao passo que o MSE será variável de acordo com o vetor de ponderações considerado.

Ainda explorando a $SINR$ do MVDR, pode-se aplicar o resultado da referência (REED, 1974) e se exprimir função densidade de probabilidade (pdf) da $SINR$ normalizada para o processador MVDR de posto completo como

$$p(\rho) = \frac{K!}{(MN - 2)!(K + 1 - MN)!} (1 - \rho)^{MN-2} \rho^{K+1-MN}, \quad (2.134)$$

onde MN é o número de graus de liberdade adaptativos do filtro STAP e K é o número de amostras de apoio (*snapshots* de espaço-tempo) processados pelo filtro. Observe-se que a pdf da EQ. (2.134) é uma distribuição beta, que é definida por

$$p(z) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} (1 - z)^{\beta-1} z^{\alpha-1}, \quad (2.135)$$

onde $\alpha = K+2-MN$, $\beta = MN-1$ e $\Gamma(\cdot)$ indica a função gama definida em (PAPOULIS,

2001), i.e.

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} z^{\alpha-1} e^{-z} dz. \quad (2.136)$$

Convém lembrar que o valor esperado da distribuição beta é dado por $\alpha/(\alpha + \beta)$, o que implica que o valor esperado da SINR normalizada pode ser escrito como

$$E[\rho] = \frac{K + 2 - MN}{K + 1}. \quad (2.137)$$

Em consequência, o desempenho do MVDR de espaço-tempo descrito pela SINR normalizada é função tanto do número de amostras de apoio, quanto do número de graus de liberdade adaptativos. Resolvendo-se a equação anterior, fazendo $K = 2MN$, por exemplo, obtém-se $E[\rho] \approx 0,5$, o que resulta em uma diferença de aproximadamente 3 dB entre a SINR do filtro e a SINR ótima. Por outro lado, se resolvermos a mesma equação para $K = MN$, obtém-se $E[\rho] = 2/(MN + 1)$, cujo valor diminui rapidamente com o aumento dos graus de liberdade adaptativos. Contudo, mesmo $K = MN$ não sendo uma quantidade de amostras de apoio adequada para o filtro MVDR-SMI, o filtro de Wiener multiestágios (*multistage Wiener filter - MWF*) é capaz de atingir desempenho satisfatório mesmo com poucas amostras de apoio, conforme se observará nos capítulos posteriores.

Outra métrica empregada, digna de ser mencionada, é a perda de *SINR* ou L_{SINR} , que define-se como

$$L_{SINR} = \frac{SINR}{SINR_{max}}, \quad (2.138)$$

onde $SINR_{max}$ é a máxima SNR alcançável em um ambiente livre de interferência (somente com a presença de ruído branco) com um arranjo com N elementos e integração de M pulsos (FERREIRA, 2017)

$$SNR_{max} = \xi_l MN. \quad (2.139)$$

Mais um meio de avaliar o desempenho de algoritmos STAP é determinar o ganho relativo à *SINR* de um único elemento em um dado pulso. Denotando esse ganho como $SINR_{if}$,

define-se (WARD, 1994)

$$SINR_{in} = \frac{n_i^2 \xi_l}{\mathbf{R}_i(1, 1)} = \frac{\xi_l}{1 + \xi_{clu} + \xi_{jam}}, \quad (2.140)$$

onde ξ_{clu} e ξ_{jam} são, respectivamente, a relação *clutter*-ruído (*clutter-to-noise ratio* - CNR) e a relação *jamming*-ruído (*jamming-to-noise ratio* - JNR) no sinal recebido por um único elemento em um dado pulso. Logo a relação interferência-ruído (*interference-to-noise ratio* - INR) de entrada é dada por $\xi_i = \xi_{clu} + \xi_{jam}$. Em geral, CNR e JNR são elevadas se comparadas à $SINR_{in}$. Quando o desempenho Doppler do filtro STAP é comparado à $SINR_{in}$, define-se o *fator de melhoria da SINR* (I_{SINR}) (WARD, 1994)

$$I_{SINR} = \frac{SINR}{SINR_{in}}. \quad (2.141)$$

Quando as interferências são elevadas, o algoritmo STAP apresenta desempenho quase ótimo, tornando possível assumir a seguinte aproximação (WARD, 1994)

$$I_{SINR} = MN(1 + \xi_i) \approx MN\xi_i. \quad (2.142)$$

Observe-se que as EQs (2.125)-(2.129), concernentes à $SINR$ avaliam o desempenho para uma dada posição angular e para uma dada frequência Doppler. Posto que a velocidade é um parâmetro que se deseja aferir, a determinação da $SINR$ em função da frequência Doppler do alvo é uma métrica de desempenho dos filtros STAP subótimos de maior utilidade. Para tal, a posição angular do alvo é mantida fixa e é variada a sua frequência Doppler, de forma a se obter um filtro de espaço-tempo para cada frequência Doppler f . Na prática, filtros de espaço-tempo separados são calculados para cada frequência Doppler potencial do alvo, resultando em um banco de filtros de espaço-tempo que cobrem o domínio Doppler (FERREIRA, 2017). A quantidade de filtros computados é tipicamente igual ao número de pulsos, M , do CPI considerado. Para o m -ésimo pulso, calcula-se o m -ésimo vetor de ponderações de espaço-tempo \mathbf{w}_m , sintonizado à frequência Doppler f_m . Destarte, define-se a métrica do *desempenho Doppler* como (FERREIRA, 2017; WARD, 1994)

$$SINR(f_m) = \frac{n_i^2 \xi_l |\mathbf{w}_m^H \mathbf{y}_{tgt}(\psi_{tgt}, f_m)|^2}{\mathbf{w}_m^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_m}, \quad (2.143)$$

sendo $\mathbf{y}_{tgt}(\psi_{tgt}, f_m)$ o *steering vector* de espaço-tempo do alvo. Caso \mathbf{w}_m se iguale a $\mathbf{y}_{tgt}(\psi_{tgt}, f_m)$, obtém-se o filtro de espaço-tempo quiescente. Na hipótese de ser igual ao definido em EQ. (2.118), obtém-se, substituindo-se \mathbf{s} por $\mathbf{s}(\psi_{tgt}, f_m)$, o filtro MVDR de espaço-tempo. Para um filtro subótimo com janelamento, tem-se que

$$SINR_t(f_m) = \frac{n_t^2 \xi_l |\mathbf{h}_{tgt}^H(f_m) \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{y}_{tgt}(f_m)|^2}{\mathbf{h}_{tgt}^H(f_m) \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{h}_{tgt}(f_m)}. \quad (2.144)$$

O desempenho Doppler é usualmente empregado em conjunto com a perda de $SINR$, definida como

$$L_{SINR}(f_m) = \frac{SINR(f_m)}{SINR_{max}} \quad (2.145)$$

onde $SINR_{max}$ é definida pela EQ. (2.139).

Também pode-se definir o fator de melhoria do desempenho Doppler, adaptando-se a EQ. (2.141)

$$I_{SINR}(f_m) = \frac{SINR(f_m)}{SINR_{in}} \quad (2.146)$$

Em seguida, a próxima métrica a ser discutida é a *probabilidade de detecção* (P_D). Para calculá-la para um dado filtro de espaço-tempo, \mathbf{w} , utilizar-se-á o seguinte teste de hipóteses binário (FERREIRA, 2017)

$$|\mathbf{w}^H \mathbf{x}| \underset{H_0}{\overset{H_1}{\leq}} \gamma, \quad (2.147)$$

onde $|\mathbf{w}^H \mathbf{x}|$ é a estatística do teste, \mathbf{x} é o *snapshot* de espaço-tempo do *range gate* em teste e γ é o limiar de detecção. Na hipótese H_0 , a estatística do teste é inferior a γ e o alvo é suposto ausente e, na hipótese H_1 , pressupõe-se a presença do alvo.

No teste de hipóteses binário, compara-se o limiar T com a variável complexa $z = \mathbf{w}^H \mathbf{x}$, que também é uma variável aleatória, mercê do caráter aleatório ruído e das interferências modelados, contidas no *snapshot* de espaço-tempo. Assumindo-se que o ruído e as interferências têm distribuições Gaussianas e considerando, inicialmente, a hipótese H_0 , i.e. a ausência de alvos, tem-se que a variável aleatória $|z|$ possui função densidade de probabilidade (*probability density function - pdf*) de Rayleigh (PAPOULIS, 2001; FERREIRA,

2017)

$$p_{|z|}(Z|H_0) = \begin{cases} \frac{2Z}{\bar{Z}} e^{-Z^2/\bar{Z}}, & Z \geq 0 \\ 0, & Z < 0 \end{cases}, \quad (2.148)$$

onde $\bar{Z} = E[|z|^2] = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}$. Logo, a P_{FA} é dada por (FERREIRA, 2017)

$$P_{FA} = \int_{\gamma}^{\infty} \frac{2Z}{\bar{Z}} e^{Z^2/\bar{Z}} dZ = e^{-\gamma^2/\mathbf{w}^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}}. \quad (2.149)$$

Da equação anterior, obtém-se o valor do limiar de detecção, γ

$$\gamma = \sqrt{-\mathbf{w}^H \mathbf{R}_i \mathbf{w} \ln(P_{FA})}. \quad (2.150)$$

Em contraponto, considerando agora a hipótese H_1 , ou seja, a presença do alvo, a variável $|z|$ assume pdf de Rice (PAPOULIS, 2001; FERREIRA, 2017)

$$p_{|z|}(Z|H_1) = \begin{cases} \frac{2Z}{\bar{Z}} e^{(Z^2+\kappa^2)/\bar{Z}} I_0\left(\sqrt{\frac{2\kappa^2}{\bar{Z}}} Z\right), & Z \geq 0 \\ 0, & Z < 0 \end{cases}, \quad (2.151)$$

onde $\kappa = |n_t \sqrt{\xi_l} \mathbf{w}^H \mathbf{y}_{tgt}|$ e $I_0(\cdot)$ é a função de Bessel de primeira espécie, dada por

$$I_0(x) = J_0(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m! \Gamma(m+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m}. \quad (2.152)$$

A P_D pode, então, ser escrita como

$$P_D = \int_{\gamma}^{\infty} \frac{2Z}{\bar{Z}} e^{(Z^2+\kappa^2)/\bar{Z}} I_0\left(\sqrt{\frac{2\kappa^2}{\bar{Z}}} Z\right) dZ. \quad (2.153)$$

Após desenvolvimento, reescreve-se a equação anterior utilizando a função Q de Marcum, $Q_1(\zeta, \eta)$ de primeira ordem (FERREIRA, 2017)

$$P_D = Q_1\left(\sqrt{\frac{2\kappa^2}{\bar{Z}}}, \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\bar{Z}}}\right), \quad (2.154)$$

onde

$$Q_1(\zeta, \eta) = \int_{\eta}^{+\infty} Z e^{-(Z^2 + \zeta^2)/2} I_0(\zeta Z) dZ. \quad (2.155)$$

Reescrevendo a EQ. (2.153), substituindo-se $\bar{Z} = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}$ e $\kappa = |n_t \sqrt{\xi_l} \mathbf{w}^H \mathbf{y}_{tgt}| = |\mathbf{w}^H \mathbf{s}|$, tem-se

$$P_D = Q_1 \left(\sqrt{\frac{2|\mathbf{w}^H \mathbf{s}|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}}}, \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}}} \right). \quad (2.156)$$

Substituindo γ nas EQs. (2.149) e (2.153) e lembrando que $SINR = |\mathbf{w}^H \mathbf{s}|^2 / \mathbf{w}^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}$, reescreve-se a equação anterior como

$$P_D = Q_1 \left(\sqrt{2SINR}, \sqrt{-2\ln(P_{FA})} \right), \quad (2.157)$$

que descreve a probabilidade de detecção para uma dada probabilidade de falso alarme e para um dado filtro de espaço-tempo, \mathbf{w} , que redundam em uma $SINR$ específica.

O filtro adaptativo casado (*adaptive matched filter - AMF*) é mais uma métrica de desempenho dos filtros STAP. Considerando o funcionamento do sistema de radar, o receptor testa, para cada *range gate*, frequências espaciais e Doppler de interesse, produzindo *steering vectors* de espaço-tempo, $\mathbf{s}(\psi_n, f_m) = \mathbf{b}(f_m) \otimes \mathbf{a}(\psi_n)$. O processador STAP geralmente seleciona amostras igualmente espaçadas nos domínios angular e Doppler e a detecção do alvo real se vale da elevada probabilidade de que os parâmetros de espaço-tempo do alvo real sejam diferentes das amostras testadas. Tal descasamento causa a perda de *straddle* “indecisão”).

Considere-se o seguinte teste de hipóteses binário

$$|\mathbf{w}^H \mathbf{x}|^2 \underset{H_0}{\overset{H_1}{\leq}} \gamma, \quad (2.158)$$

onde os parâmetros e variáveis da EQ. (2.146) são novamente empregados e onde o limiar do teste, γ , novamente pode ser expresso em função da probabilidade de falso alarme, P_{FA} . A estatística de teste é o quadrado do valor absoluto da variável complexa aleatória $z = \mathbf{w}^H \mathbf{x}$, denotada por $u = |z|^2$. Na hipótese de ausência de alvos, H_0 , u apresenta pdf

exponencial dada por (PAPOULIS, 2001)

$$p_u(U|H_0) = \begin{cases} \frac{1}{\bar{U}} e^{U/\bar{U}}, & U \geq 0 \\ 0, & U < 0 \end{cases}, \quad (2.159)$$

onde $\bar{U} = E[|z|^2] = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}$. Assim, a P_{FA} é dada por

$$P_{FA} = \int_{\gamma}^{\infty} \frac{1}{\bar{U}} e^{U/\bar{U}} dU = e^{-\gamma/\mathbf{w}^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}}. \quad (2.160)$$

A partir da equação anterior, podemos evidenciar o limiar, γ

$$\gamma = -\mathbf{w}^H \mathbf{R}_i \mathbf{w} \ln(P_{FA}). \quad (2.161)$$

Substituindo-se o filtro de espaço-tempo derivado na EQ. (2.125) na equação anterior, obtém-se

$$\gamma = -\mu^2 \mathbf{s}^H \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{s} \ln(P_{FA}). \quad (2.162)$$

Seleciona-se, convenientemente o seguinte fator de normalização μ

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{s}^H \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{s}}}, \quad (2.163)$$

e normaliza-se \mathbf{w}

$$\bar{\mathbf{w}} = \frac{\mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{s}}{\sqrt{\mathbf{s}^H \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{s}}}, \quad (2.164)$$

de modo a se obter a seguinte estatística de teste

$$|\bar{\mathbf{w}}^H \mathbf{x}|^2 \underset{H_0}{\overset{H_1}{\leq}} \gamma', \quad (2.165)$$

na qual

$$\gamma' = \frac{\mathbf{s}^H \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{s} \ln(P_{FA})}{\mathbf{s}^H \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{s}} = -\ln(P_{FA}). \quad (2.166)$$

Observe-se, a partir do resultado anterior, que o limiar depende exclusivamente da P_{FA} do sistema radar e que independe totalmente dos dados recebidos. O filtro de espaço-

tempo normalizado da EQ. (2.163) e a estatística de teste quadrática da EQ. (2.157) implicam em uma taxa de falso alarme constante (*constant false alarm rate* - CFAR) mesmo para um limiar fixo (FERREIRA, 2017). A constância do limiar de detecção para uma dada probabilidade de falso alarme é uma característica altamente desejável em sistemas reais (FERREIRA, 2017). O filtro normalizado $\bar{\mathbf{w}}$ definido pela EQ. (2.163) é denominado filtro adaptativo casado de espaço-tempo (*space-time adaptive matched filter* - AMF). A relevância desta métrica justifica-se pelo fato de que o teste estatístico resultante da aplicação do AMF aos L *snapshots* de espaço-tempo pode ser interpretado como a descrição da potência de saída do filtro STAP em função do alcance. A aplicação desse teste nos *snapshots* que contêm alvos resulta em picos localizados nos alcances desses alvos que são discerníveis quando comparados ao limiar de detecção.

2.3 MÉTODOS, ALGORITMOS E DESEMPENHO PARA PROCESSADORES STAP DE DIMENSÃO REDUZIDA

O processador STAP ótimo objeto da seção precedente, devido, em particular, devido à complexidade computacional, à escassez de amostras de apoio para treinamento das ponderações, e a várias considerações práticas discutidas neste capítulo e em (WARD, 1994; KLEMM, 1998; MELVIN, 2000; GUERCI, 2002, 2003), tem sua implementação prática inviabilizada. Nesta seção, consideram-se alguns dos algoritmos STAP de dimensionalidade reduzida ou de posto reduzido. A redução da dimensionalidade dos dados recebidos no processamento de arranjos de sensores, proporcionado pela redução ou compressão de posto e pela redução de amostras de apoio, é cada vez mais desejável, devido, principalmente, ao crescente número de elementos nos arranjos de antenas produzir volumes de dados proibitivamente elevados que dificultam a almejada viabilização de implementações práticas em tempo-real.

De forma geral, a estratégia empregada consiste em particionar um problema proibitivamente grande em problemas adaptativos mais razoáveis, ao mesmo tempo em que se busca atingir um desempenho próximo do ótimo (WARD, 1994). São apresentadas condições sob as quais um processador de dimensionalidade reduzida pode, de fato, obter melhor desempenho com dados limitados, por incorrer em muito menor perda de desempenho devido a erro de estimação (WARD, 1994). Além disso, uma taxonomia é desenvolvida para os algoritmos de posto reduzido adaptativos, classificados de acordo com o domínio no qual a ponderação adaptativa ocorre ou, equivalentemente, pelo tipo

de pré-processamento realizado em primeiro lugar. Embora seja impraticável considerar todos os algoritmos STAP já propostos, alguns algoritmos representativos que ilustram a taxonomia dos algoritmos STAP de posto reduzido são sucintamente discutidos nesta seção. A FIG. 2.11 ilustra a taxonomia de algoritmos STAP. Todos os algoritmos nela contidos explícita ou implicitamente buscam reduzir a dimensionalidade dos parâmetros desconhecidos das interferências por meio de transformações de redução de posto, por um método específico para um dado modelo de interferência ou por ambos.

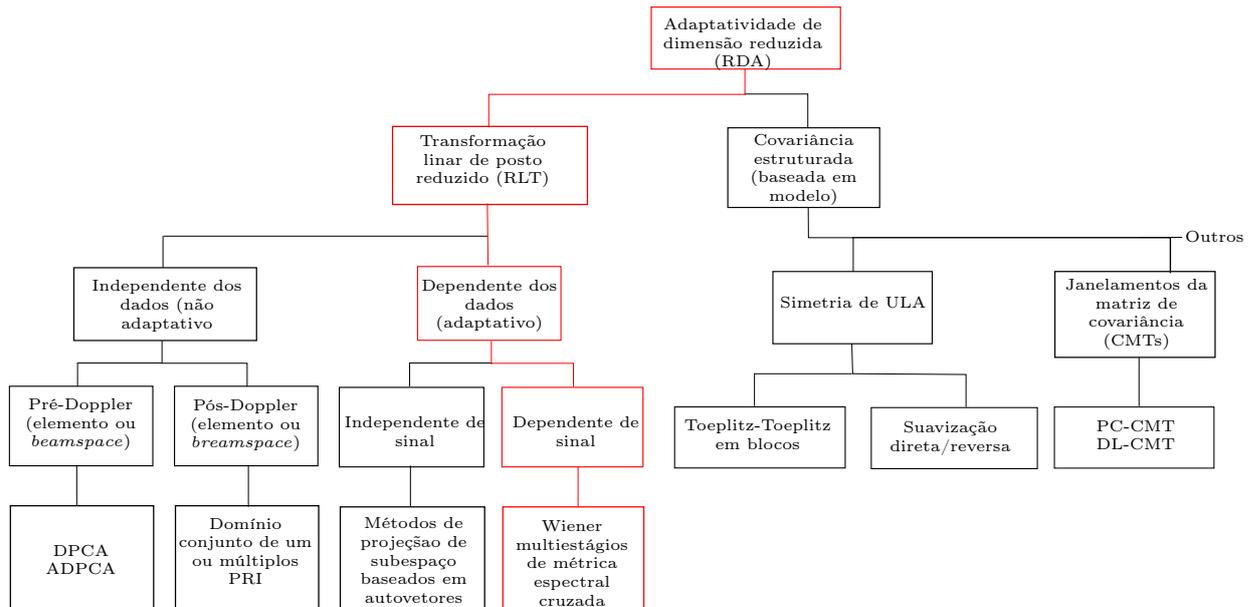


FIG. 2.11: Taxonomia de algoritmos STAP adaptativos de dimensionalidade reduzida. Perceba-se que muitos dos métodos podem ser combinados, resultando em novas técnicas (GUERCI, 2003).

De forma geral, a maioria dos algoritmos STAP clássicos consistem dos seguintes passos (RANGASWAMY, 2003; FERREIRA, 2017):

1. Estimativa da matriz de covariância e da amplitude complexa do alvo;
2. Formação de um vetor de ponderações baseado na inversa da matriz de covariância, i.e., o filtro de espaço-tempo;
3. Cálculo do produto interno do filtro de espaço-tempo e de um *snapshot* sob teste convertido em vetor de dados;
4. Comparação da estatística de teste baseada no valor obtido no passo anterior com um limiar determinado de acordo com uma probabilidade de falso alarme específica

e o erro quadrático médio do filtro (valor esperado da saída do filtro na hipótese nula).

Considerando a implementação prática desses algoritmos, podem ser mencionados como principais problemas encontrados na implementação dos algoritmos STAP (RANGASWAMY, 2003; FERREIRA, 2017):

- Insuficiência de dados de treinamento sem a presença de alvos para estimação da matriz de covariância das interferências;
- Não-singularidade da matriz de covariância estimada para formar um vetor de ponderações;
- Elevada complexidade computacional na formação do vetor de ponderações;
- Impossibilidade de manter uma taxa de falso alarme constante (*constant false alarm rate* - CFAR) e desempenho de detecção robusto.

Para mitigar esses problemas com vistas a viabilizar aplicações práticas, técnicas de posto reduzido são aplicadas visto serem robustas à escassez de dados de treinamento livre de alvos e apresentarem complexidade computacional apreciavelmente inferior à técnicas de posto completo para implementação de filtros de espaço-tempo, mesmo aquelas que evitam a inversão da matriz de covariância, e.g. a técnica de gradiente estocástico (*stochastic-gradient* - SG) (FROST III, 1972; APOLINÁRIO Jr., 2000). É, portanto, crítico ter ciência de qual conhecimento prévio é explícita ou implicitamente assumido para selecionar um algoritmo apropriado para um dado cenário de emprego de radares.

Por exemplo, os métodos RLT (*reduced-rank linear transformation*, transformação linear de redução de posto) independentes de dados (eco do alvo e/ou interferências), podem ser classificados como pré-Doppler ou pós-Doppler. Os métodos pré-Doppler compreendem DPCA e ADPCA (*displaced phase centre antenna*, centro de fase de antena deslocado, e *adaptive displaced phase centre antenna*, centro de fase de antena deslocado adaptativo, respectivamente). Nessa subdivisão dos métodos RLT, os sensores do arranjo de radares aerotransportados são agrupados em subarranjos que são aparentemente estacionários em relação ao solo, eliminando a dependência temporal (desvio Doppler) do *clutter* e, simultaneamente, reduzindo o posto da matriz de covariância. Tais métodos não serão explorado por não trazerem ganho de desempenho na aplicação ao STAP em plataformas fixas.

Por outro lado, nos métodos pós-Doppler, e.g.: método do espaço do feixe (*Beamspace*), o conhecimento sobre a dependência Doppler do *clutter* é explorada para subdividir a filtragem Doppler. Desta forma, para cada sub-banda Doppler, um problema adaptativo de posto substancialmente reduzido diferente é resolvido (GUERCI, 2003). Em certas circunstâncias, que podem ou não ser atendidas por uma dada aplicação, os métodos pós-Doppler podem se aproximar do desempenho do STAP de posto completo (WARD, 1994; KLEMM, 1998; GUERCI, 2003).

As técnicas de Componentes Principais (*principal components* - PC) (HOTELLING, 1933; HAIMOVICH, 1996) e de Métrica Espectral Cruzada (*cross-spectral metric* - CSM) (GOLDSTEIN, 1997c) são exemplos de técnicas de redução de posto RLT em decomposição em autovalores e autovetores, sendo PC independente de sinal e CSM dependente de sinal. O filtro de Wiener multiestágios (*multistage Wiener filter* - MWF) (GOLDSTEIN, 1990; ZOLTOWSKI, 2001) também é uma técnica dependente de sinal que se vale de projeções no subespaço de Krylov para filtragem das interferências com estrutura de covariância e, que associado aos algoritmos de Lanczos (LANCZOS, 1952; JOHAM, 2000; GOLUB, 1984), de Arnoldi (GOLUB, 1984; ARNOLDI, 1951), ou de gradientes conjugados (*conjugate gradient* - CG) (GOLDSTEIN, 1990; ZOLTOWSKI, 2001) por exemplo, alcança maior redução na complexidade computacional.

Contudo, métodos de redução de posto estatisticamente ótimos, como os métodos RLT supramencionados (PC, CSM, MWF e AVF) são suscetíveis a degradação em cenários com amostra de apoio reduzida (GOLDSTEIN, 1999). Portanto, técnicas estatisticamente subótimas de redução de dimensionalidade vêm tentando sobrepujar essa limitação (eg.: (de LAMARE, 2007; WANG, 2013)).

Quanto aos algoritmos baseados em modelos específicos, pode ser mencionado como exemplo o ajuste de matriz Toeplitz, que consegue reduzir de maneira eficaz os graus de liberdade adaptativos (FUHRMANN, 1991; BARTON, 1997; GUERCI, 2003). Não obstante, tais métodos exploram fortemente redundâncias na estrutura da matriz de covariância ideal das interferências do cenário de aplicação, não sendo, portanto, métodos de aplicação geral e seu desempenho é fortemente dependente desse cenário.

Ressalte-se que se sabe que os métodos de redução de posto que são estatisticamente ótimos, tais como PC, CSM e MWF, podem apresentar desempenho degradado devido a vazamentos de subespaço (e.g.: *intrinsic clutter motion* - ICM, etc.) em cenários com escassez de amostra de apoio (GOLDSTEIN, 1999). Tais cenários não serão objeto de

análise nesta dissertação, embora sua exploração por otimizações das técnicas propostas certamente possa constituir objeto de trabalhos futuros.

Seguir-se-á, no restante desta seção, descrições de algoritmos de filtragem com posto reduzido, com ênfase em métodos estatísticos baseados em transformações lineares (i.e. métodos adaptativos, dependentes dos dados), aplicados ao STAP. Será de particular interesse o filtro de Wiener multiestágios (MWF), com vistas à particularização da sua implementação por refletores de Householder a filtros STAP nos capítulos posteriores. Além disso, para fins de comparação de desempenho nos resultados a serem apresentados nos capítulos posteriores, também serão apresentados métodos baseados em análise de autovalores/autovetores de componentes principais (PC) e de métrica espectral cruzada (CSM). Genericamente, uma transformação de redução de posto converte dados de um vetor de dimensão D de posto completo para um vetor de dimensão r de posto reduzido, sendo $r < D$, conforme ilustrado pela FIG. 2.12

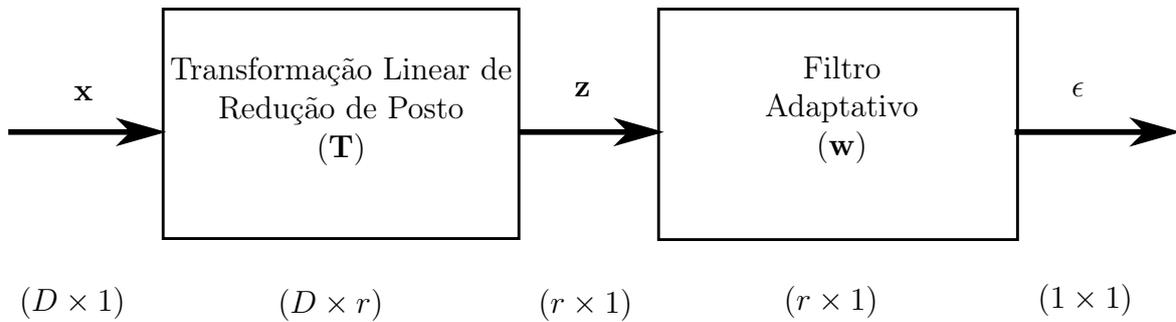


FIG. 2.12: Esquema genérico do processamento em posto reduzido.

O método conhecido como componentes principais (*principal components - PC*) foi desenvolvido por (TUFTS, 1982) e por (KIRSTEINS, 1994) após estudo sobre redução de posto de *beamformers* a partir da análise de seus autovetores/autovalores. O PC baseia-se no cálculo da melhor aproximação de menor posto da matriz de covariância. Considere-se a matriz de covariância de amostras apresentada na EQ. (e2.119)

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{k \in \mathcal{K}} \mathbf{x}(k) \mathbf{x}^H(k), \quad (2.167)$$

que consiste na estimativa da matriz de covariância de um *range gate* de interesse a partir de K amostras de apoio $\mathbf{x} = \mathbf{x}_i[l]$. Considere-se também a resposta de mínima variância sem distorção por inversão de matriz de amostras (*minimum variance distortionless response sample matrix inversion - MVDR-SMI*), obtida com a substituição da matriz de

covariância exata por $\hat{\mathbf{R}}$ na expressão do MVDR de espaço-tempo (EQ. (2.118))

$$\mathbf{w} = \frac{\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{s}}{\mathbf{s}^H\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{s}}. \quad (2.168)$$

onde \mathbf{s} é o *steering vector* na direção de interesse. Realizando-se a decomposição em autovalores de $\hat{\mathbf{R}}$, tem-se

$$\hat{\mathbf{R}} = \sum_{k=1}^K \lambda_k \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^H, \quad (2.169)$$

em que λ_k e \mathbf{v}_k são os autovalores e autovetores de $\hat{\mathbf{R}}$, respectivamente, e $K = MN$ é o número total de graus de liberdade do filtro STAP de posto completo. A melhor aproximação da matriz de covariância de posto r_{PC} é obtida recalculando-se a covariância com os r_{PC} maiores autovalores de $\hat{\mathbf{R}}$ (ECKART, 1936) da seguinte maneira

$$\hat{\mathbf{R}}_{PC} = \sum_{k=1}^{r_{PC}} \lambda_k \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^H, \quad (2.170)$$

A matriz $\hat{\mathbf{R}}_{PC}$ é formada a partir dos autovalores e autovetores de $\hat{\mathbf{R}}$ de maior energia. Há equivalência com a aplicação de uma transformação linear de redução de posto $\hat{\mathbf{T}}_{PC}$ (GOLDSTEIN, 2001a)

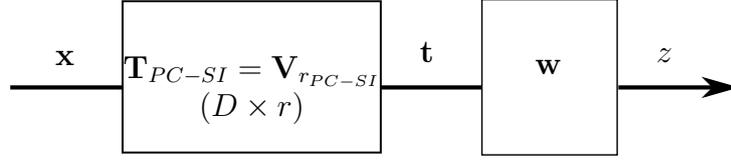
$$\mathbf{T}_{PC} = \mathbf{V}_{r_{PC}} = [\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2 \ \cdots \ \mathbf{v}_{r_{PC}}], \quad (2.171)$$

que é a matriz formada pelos r_{PC} autovetores correspondentes aos r_{PC} maiores autovalores de $\hat{\mathbf{R}}$.

O método PC pode ser implementado de acordo com uma estrutura direta, independente do sinal ou de acordo com uma estrutura de cancelador de lóbulo secundário (*sidelobe canceller - SLC*), dependente do sinal desejado conforme apresentado na FIG. 2.13.

Como o PC, o algoritmo da métrica espectral cruzada (*cross-spectral metric - CSM*), proposto inicialmente em (GOLDSTEIN, 1997b,a), também faz uso de uma base de autovetores para a transformação de redução de posto. Contudo, diferentemente do PC, a CSM seleciona os autovetores que maximizam a relação sinal-interferência-mais-ruído

(a) Componentes principais independentes de sinal



(b) Componentes principais dependentes de sinal

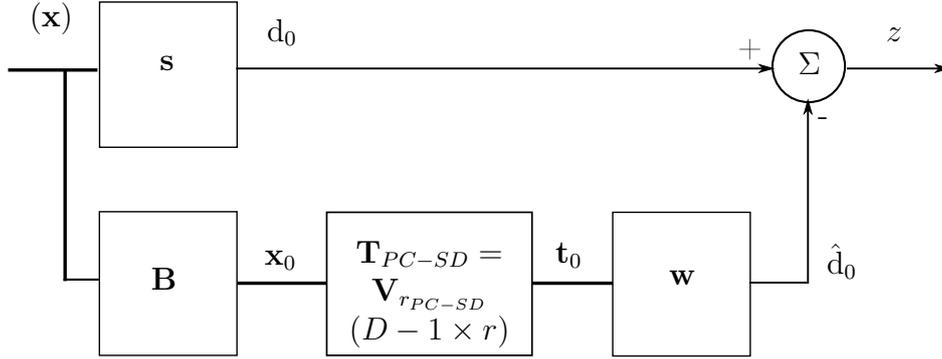


FIG. 2.13: Esquema genérico do processamento em posto reduzido.

(SINR). Considere-se a SINR da saída do filtro STAP definida na EQ. (2.132)

$$SINR = \frac{n_t^2 \xi_l}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}}, \quad (2.172)$$

onde n_t^2 é a potência de ruído térmico, ξ_l é a SNR em um dado elemento do arranjo para um pulso no *range gate* considerado, \mathbf{w} é o vetor de ponderações do filtro STAP e \mathbf{R}_i é a matriz de covariância de interferência-mais-ruído. Considere-se o vetor de ponderações do processador MVDR de espaço-tempo ótimo, definido na EQ. (2.118)

$$\mathbf{w}_{MVDR} = \frac{\mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{s}}{\mathbf{s}^H \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{s}}. \quad (2.173)$$

Substituindo a EQ. (2.173) na EQ. (2.172), obtém-se

$$SINR = n_t^2 \xi_l \mathbf{s}^H \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{s}, \quad (2.174)$$

Realizando, agora, a decomposição em autovalores da matriz de covariância, tem-se

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^H, \quad (2.175)$$

onde \mathbf{V} é a matriz dos autovetores e $\mathbf{\Lambda}$ é a matriz diagonal dos autovalores de \mathbf{R}_i . Logo, faz-se uso dessa decomposição para reescrever a EQ. (2.174)

$$SINR = n_t^2 \xi_l \mathbf{s}^H \mathbf{V} \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{V}^H \mathbf{s} = n_t^2 \xi_l \sum_{i=1}^{MN} \frac{|\mathbf{v}_i^H \mathbf{s}|^2}{\lambda_i}. \quad (2.176)$$

Dessa forma, o algoritmo CSM implementa a transformação da dimensão D para o posto reduzido r_{CSM} , a partir dos autovetores que maximizam a métrica $|\mathbf{v}_i^H \mathbf{s}|^2 / \lambda_i$.

O filtro de Wiener multiestágios (*multistage Wiener filter - MWF*) foi introduzido em (GOLDSTEIN, 1998a). A sua estrutura, com restrições, implementa um cancelador de lóbulos secundários generalizado (*generalised sidelobe canceller - GSC*) e é ilustrada pela FIG. 2.14. O MWF corresponde a uma forma equivalente do filtro de Wiener convencional, no qual os *snapshots* de espaço-tempo são decompostos, \mathbf{x} , por meio de projeções ortogonais (GOLDSTEIN, 1998a) e, então, a saída é obtida a partir de filtros de Wiener aninhados de modo que o último estágio implementa um filtro de Wiener escalar. A saída do filtro de Wiener escalar é facilmente obtida a partir do recíproco de um escalar, dispensando a inversão de matrizes. O algoritmo para implementação do MWF, apresentado na TAB. 2.1, pode ser dividido em recursão direta e recursão reversa. Na recursão direta, o *snapshot*, $\mathbf{x}_{i+1} \in \mathbb{C}^{D-i-1}$, e o sinal de referência, d_{i+1} , do estágio posterior são derivados da projeção ortogonal do *snapshot* estágio anterior, $\mathbf{x}_i \in \mathbb{C}^{D-i}$, em relação aos dados observados desse estágio, por meio da multiplicação desse *snapshot* por uma matriz de bloqueio, \mathbf{B}_i , ortogonal à direção do sinal de referência, \mathbf{h}_i , i.e., $\mathbf{B}_i \mathbf{h}_i = 0$. Isso implica que cada estágio do MWF produz a redução por um na dimensão dos *snapshots*. No último estágio, observa-se que $x_{D-1} = d_D = \varepsilon_D$. Se o MWF for truncado no estágio r_{MWF} , obtém-se uma redução de posto de r_{MWF} e $d_{r_{MWF}} = \varepsilon_{r_{MWF}}$. Após a recursão direta, os coeficientes dos filtros de Wiener escalares aninhados são calculados por recursão reversa. Esses coeficientes escalares são combinados para determinar o erro em relação ao sinal de

eco do alvo desejado, ε_0 na saída do MWF

$$\begin{aligned}
\varepsilon_0 &= d_0 - w_1^* \varepsilon_1 \\
&= d_0 - w_1^* (d_1 - w_2^* \varepsilon_2) \\
&= d_0 - \tilde{\mathbf{w}}^H \mathbf{T} \mathbf{x}_0,
\end{aligned} \tag{2.177}$$

onde

$$\tilde{\mathbf{w}} = \left[w_1 \quad -w_1 w_2 \quad w_1 w_2 w_3 \quad \dots \quad (-1)^{r_{MWF}-1} \prod_{i=1}^{r_{MWF}} w_i \right]^T \tag{2.178}$$

e

$$\mathbf{T}_{MWF} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1^H \\ \mathbf{h}_2^H \mathbf{B}_1^H \\ \vdots \\ \mathbf{h}_{D-1}^H \mathbf{B}_{D-2}^H \dots \mathbf{B}_1^H \\ \mathbf{B}_{D-1}^H \mathbf{B}_{D-2}^H \dots \mathbf{B}_1^H \end{bmatrix}. \tag{2.179}$$

Desta maneira, o vetor de ponderações de posto reduzido do MWF é dado por

$$\mathbf{w}_{MWF} = \mathbf{T}^H \tilde{\mathbf{w}}. \tag{2.180}$$

É possível descrever a transformação de redução de posto como a geração do subespaço de Krylov (HONIG, 2001; GOLUB, 1996),

$$\mathcal{K}(\mathbf{s}, \mathbf{R}, r_{MWF}) = \text{span} \{ \mathbf{s}, \mathbf{R}\mathbf{s}, \mathbf{R}^2\mathbf{s}, \dots, \mathbf{R}^{r_{MWF}-1}\mathbf{s} \}. \tag{2.181}$$

Ao invés de gerar uma base de autovetores como nos algoritmos PC e CSM, o MWF gera o subespaço de Krylov em função do sinal desejado, ou seja, o MWF pivoteia o *steering vector* do sinal desejado para operar em um subespaço reduzido (ZULCH, 1998).

O MWF possui muitas propriedades atrativas, sendo a principal delas a complexidade computacional reduzida em relação aos métodos PC e CSM, por não calcular explicitamente a estimativa da matriz de covariância, nem demandar a inversão desta, nem sua decomposição em autovalores/autovetores (RICKS, 2000; GOLUB, 1996; Van TREES, 2002).

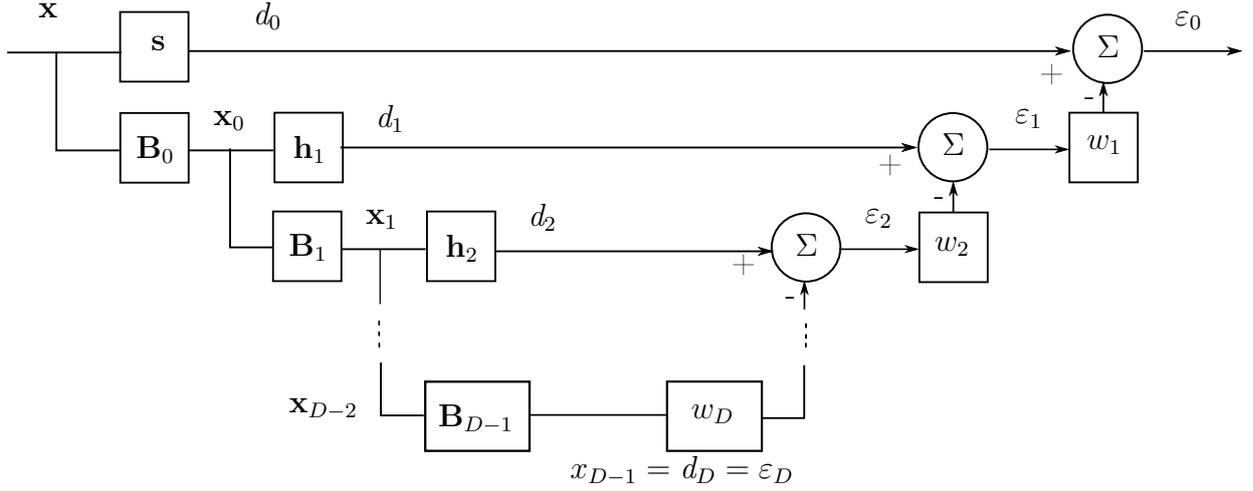


FIG. 2.14: Estrutura do MWF com restrições com MN elementos, $\mathbf{B}_i = \text{null}(\mathbf{s}) =$ matrizes de bloqueio, $d_i =$ sinais desejado, $\mathbf{h}_i =$ vetores unitários do vetor correlação cruzada, $w_i =$ ponderações escalares, $\epsilon_i =$ erros entre os sinais desejados e bloqueados.

TAB. 2.1: Algoritmo do MWF

Algoritmo MWF($\mathbf{x}(k)$, \mathbf{s} , r_{MWF})

$$d_0(k) \leftarrow \mathbf{s}^H \mathbf{x}(k)$$

$$\mathbf{B}_0 \leftarrow \text{null}(\mathbf{s})$$

$$\mathbf{x}_0(k) \leftarrow \mathbf{B}_0^H \mathbf{x}(k)$$

for $i = 1, 2, \dots, r_{MWF}$ (Recursão direta, truncamento no r_{MWF} -ésimo estágio)

$$\mathbf{p}_{x_i d_i} \leftarrow \text{E} [x_i(k) d_i^*(k)]$$

$$\delta_{i+1} \leftarrow \sqrt{\mathbf{p}_{x_i d_i}^H \mathbf{p}_{x_i d_i}}$$

$$\mathbf{h}_{i+1} \leftarrow \mathbf{p}_{x_i d_i} / \delta_{i+1}$$

$$\mathbf{B}_{i+1} \leftarrow \text{null}(\mathbf{h}_{i+1})$$

$$d_{i+1}(k) \leftarrow \mathbf{h}_{i+1}^H \mathbf{x}_i(k)$$

$$\mathbf{x}_{i+1}(k) \leftarrow \mathbf{B}_{i+1}^H \mathbf{x}_i(k)$$

end for

$$\epsilon_{r_{MWF}}(k) \leftarrow d_{r_{MWF}}(k)$$

for $i = r_{MWF}, r_{MWF} - 1, \dots, 1$ (Recursão reversa)

$$w_i = \frac{\text{E}[d_{i-1}^*(k) \epsilon_i(k)]}{\text{E}[|\epsilon_i(k)|^2]}$$

$$\epsilon_{i-1}(k) \leftarrow d_{i-1}(k) - w_i^* \epsilon_i(k)$$

end for

end

3 FILTRO DE WIENER MULTIESTÁGIOS COM IMPLEMENTAÇÃO DE HOUSEHOLDER APLICADO A RADAR STAP COM ARRANJO LINEAR UNIFORME

Neste capítulo, apresenta-se o algoritmo do filtro de Wiener multiestágios com implementação de Householder (*Householder multistage Wiener filter - HMWF*) para filtragem de dimensionalidade reduzida, especializada aqui para aplicações em espaço-tempo (STAP). Conforme apresentado no capítulo precedente, o filtro de Wiener multiestágios (MWF), foi introduzido por (GOLDSTEIN, 1998a). Já foi demonstrado (GOLDSTEIN, 2001b; HONIG, 2001; ZULCH, 1998) que o MWF é capaz de operar em um subespaço de dimensão inferior a métodos de redução de posto independentes de sinais, como PC e CSM. Além disso, a complexidade computacional do MWF é proporcional ao posto do filtro, tornando a operação em posto reduzido muito desejável (RICKS, 2000). A implementação das matrizes que bloqueiam o subespaço do sinal desejado que, no caso da aplicação ao STAP, é o *steering vector* de espaço-tempo do alvo. O subespaço ortogonal filtrado pelas matrizes de bloqueio contém somente as interferências (*clutter* e *jamming*) e ruído. Na literatura, há uma variedade de implementações possíveis para as matrizes de bloqueio do MWF, tendo a pesquisa conduzida levado à seleção da implementação de Householder, tal como vista em (de CAMPOS, 2003), onde foi demonstrada sua eficiência na implementação de *beamformers* espaciais. Adicionalmente, a aplicação a filtros STAP da implementação do bloqueio do subespaço de sinal por meio de refletores de Householder já havia sido sugerida em (GOLDSTEIN, 1998b, 1999) e, após pesquisa realizada na literatura, não se identificou uma efetiva implementação do método em questão aplicado ao STAP. Quando comparado a outros métodos robustos de redução de posto (PC e CSM), a implementação proposta suplantou os demais em robustez e em desempenho em termos de perda de SINR, mesmo com pequeno número de amostras de apoio, nas maiores reduções de posto.

No presente capítulo, aplica-se o algoritmo do filtro de Wiener multiestágios com refletores de Householder (*Householder multistage Wiener filter - HMWF*) ao filtro STAP e se consideram as particularidades dessa implementação. Será investigada a dependência da SINR em relação ao posto, r , do filtro STAP, ao número de amostras de apoio, K ,

e à probabilidade de detecção, P_D . Além disso, serão discutidos critérios para seleção do posto reduzido e a complexidade computacional do HMWF será comparada com a complexidade do MWF.

Este capítulo segue a seguinte organização: a Seção 3.1 descreve o modelo do filtro STAP ao qual a técnica proposta será aplicado; a Seção 3.2 descreve algoritmo HMWF e o aplica ao filtro STAP para redução de posto; a Seção 3.3 apresenta exemplos de verificação de desempenho do HMWF. O filtro de detecção de resposta de mínima variância sem distorção (*minimum variance distortionless response* - MVDR) é aplicado no subespaço criado pelo estágio de redução de dimensionalidade e a perda de SINR do HMWF é comparada com a do filtro MVDR de posto completo ótimo e estimado (MVDR-SMI) e com as de outras técnicas de redução de posto como componentes principais (*principal components* - PC) (HOTELLING, 1933; HAIMOVICH, 1996), métrica espectral cruzada (*cross-spectral metric* - CSM) (GOLDSTEIN, 1997c), além do próprio filtro de Wiener multiestágios (MWF) (GOLDSTEIN, 1990) com matrizes de bloqueio implementadas por decomposição QR. Quanto à robustez, o HMWF é comparado com os métodos mencionados com carregamento diagonal na aplicação do filtro MVDR. A Seção 3.4 apresenta conclusões acerca dessas verificações e discussões.

3.1 MODELAGEM DO SISTEMA

Considere-se um radar *phased-array* aerotransportado STAP com um arranjo linear uniforme (ULA) com N elementos e com CPI (intervalo de processamento coerente, em inglês, *coherent processing interval*) que integra M pulsos coerentes. O *snapshot* de espaço-tempo recebido pelo arranjo de sensores correspondente ao l -ésimo *range gate* (ou amostra temporal em *fast-time*), de dimensão $M \times N$, é representado pela sua vetorização $\mathbf{r}[l] \in \mathbb{C}^{MN \times 1}$ e descrito pela expressão

$$\mathbf{r}[l] = \alpha_0[l]\mathbf{s}(\theta_0, f_0) + \mathbf{x}[l], \quad (3.1)$$

onde, a amplitude do sinal de eco de interesse é representada por α_0 , uma variável aleatória complexa, com potência $E[|\alpha_0|^2] = \sigma_0^2$. O *steering vector* de espaço-tempo é dado por $\mathbf{s}(\theta_0, f_0) = \mathbf{a}(\theta_0) \otimes \mathbf{b}(f_0)$, onde $\mathbf{a}(\theta_0) = \left[1 \ e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda_c} \text{sen}(\theta_0)} \ \dots \ e^{-j\frac{2\pi(N-1)d}{\lambda_c} \text{sen}(\theta_0)} \right]^T$ é o *steering vector* espacial, $\mathbf{b}(f_0) = \left[1 \ e^{-j2\pi f_0} \ \dots \ e^{-j2\pi(M-1)f_0} \right]^T$ é o *steering vector* temporal (WARD, 1994), λ_c é o comprimento de onda da portadora, d é o espaçamento interele-

mentos do ULA e f_0 é a frequência doppler do alvo de interesse, normalizada em relação à frequência de repetição de pulsos (FRP) do radar. Define-se o vetor interferência-mais-ruído $\mathbf{x}[l] \in \mathbb{C}^{N \times 1}$, dado por

$$\mathbf{x}[l] = \mathbf{i}[l] + \mathbf{n}[l]. \quad (3.2)$$

Os *snapshots* recebidos pelo ULA são submetidos ao filtro de espaço-tempo, \mathbf{w} , produzindo a saída escalar complexa

$$z[l] = \mathbf{w}^H \mathbf{r}[l], \quad (3.3)$$

onde $\mathbf{w} = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_{MN}] \in \mathbb{C}^{MN \times 1}$ é o vetor complexo de ponderações do filtro de espaço-tempo. O filtro de espaço-tempo ótimo que maximiza a probabilidade de detecção, P_D , para uma dada probabilidade de falso alarme, P_{FA} é expressa por (WARD, 1994)

$$\mathbf{w} = \nu \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}, \quad (3.4)$$

em que ν é uma constante complexa e \mathbf{R} é a matriz de covariância total de interferências (*clutter*, *jamming* e ruído). Escolhendo-se $\nu = (\mathbf{s}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s})^{-1}$, o filtro de espaço-tempo se torna o filtro MVDR de espaço-tempo

$$\mathbf{w}_{MVDR} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}}{\mathbf{s}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}}. \quad (3.5)$$

Considerando-se que não é realista o perfeito conhecimento *a priori* da matriz de covariância, \mathbf{R} , a estimativa da matriz de covariância a partir de uma amostra de apoio finita disponível, \mathcal{K} , com K elementos, é dada por

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{k \in \mathcal{K}} \mathbf{r}[k] \mathbf{r}^H[k]. \quad (3.6)$$

Os dados de treinamento, $\mathbf{r}[k]$ correspondem a um intervalo de alcance em distância em relação ao radar, não abrangendo o *range gate* de interesse e uma região em torno composta de “células de guarda”. Assim é feito para evitar o “auto-cancelamento” do sinal de eco do alvo de interesse, visto que sua localização pode apresentar imprecisão de um ou mais *range gates* ou apresentar lóbulos secundários temporais em outros *range gates*,

o que é comum em radares de compressão de pulso (COOK, 1993). O auto-cancelamento se deve a distorções na frente de onda eletromagnética, imperfeições dos arranjos, erros de quantização do cálculo dos retardos temporais e Doppler, que implicam em erros nos *steering vectors* dos alvos (PALOMAR, 2010). Como resultado os componentes do sinal de eco do alvo não se alinham perfeitamente, angularmente e/ou no domínio Doppler, produzindo erro de amostragem em *fast-time*, o que faz com que o filtro STAP processe o sinal de eco do alvo em um *range gate* distinto do seu alcance real.

O filtro de espaço-tempo ótimo da EQ. (3.5) obtido pela substituição da inversa da matriz de covariância conhecida pela inversa da matriz de covariância estimada, $\hat{\mathbf{R}}^{-1}$, é conhecido como filtro de espaço-tempo MVDR de inversão de matriz de amostras (*MVDR sample matrix inversion - MVDR-SMI*). A estimação da matriz de covariância implica em uma perda de desempenho que depende do número de amostras utilizadas. Supondo-se que todos os dados de treinamento sejam independentes e identicamente distribuídos (iid) com relação à hipótese nula, i.e. ausência do alvo de interesse, a utilização de $K \approx 2MN$ amostras resulta em perda de desempenho média de aproximadamente 3 dB (REED, 1974) para o MVDR-SMI.

A quantidade de amostras de apoio disponíveis em cenários reais normalmente é diminuída devido à natureza não-estacionária do *clutter* e *jamming* nesses cenários. A heterogeneidade do *clutter* em alcance, combinada à sua dependência da potência e do ângulo de elevação, reduz o número de *range gates* nos quais o *clutter* se conserva efetivamente estacionário (de OLIVEIRA, 2016).

As técnicas de redução de posto são capazes de contornar as restrições impostas por amostras de apoio reduzidas na estimação da matriz de covariância de espaço-tempo. A aplicação de tais técnicas resulta em um filtro de espaço-tempo de posto reduzido, \mathbf{w}_r , dado por

$$\mathbf{w}_r = \frac{\mathbf{R}_r^{-1} \mathbf{s}_r}{\mathbf{s}_r^H \mathbf{R}_r^{-1} \mathbf{s}_r}. \quad (3.7)$$

onde $\mathbf{R}_r = \mathbf{T}^H \mathbf{R} \mathbf{T} = \text{E} [\mathbf{x}_r[l] \mathbf{x}_r^H[l]]$ é a matriz de covariância de interferências após a redução de posto, \mathbf{T} é a matriz de transformação linear de redução de posto, $\mathbf{x}_r[l] = \mathbf{T}^H \mathbf{x}[l]$, e $\mathbf{s}_r = \mathbf{T}^H \mathbf{s}$ é o *steering vector* de espaço-tempo do sinal recebido após a redução de posto.

3.2 APLICAÇÃO DO HMWF PARA REDUÇÃO DE POSTO DO FILTRO STAP

A técnica HMWF de redução de posto é especializada nesta seção para aplicações de espaço-tempo. Como no método MWF, descrito no capítulo anterior, o HMWF obtém uma redução de posto r por meio do truncamento do filtro no r -ésimo estágio. Distintamente de outras implementações para o MWF da matriz de bloqueio do sinal desejado (GOLDSTEIN, 1998a; RICKS, 2000; WERNER, 2007), a implementação por matriz de refletores de Householder é unitária e apresenta desempenho robusto em precisão finita, em termos de SINR versus número de amostras e de SINR versus posto, quando aplicado na supressão de interferências DS-CDMA (de CAMPOS, 2003) e em termos de SINR versus SNR, quando aplicado em *beamforming* adaptativo (YANG, 2013). Para a construção da matriz de bloqueio de Householder, inicialmente calculam-se os refletores de Householder

$$\mathbf{v}_i = \frac{|h_{i,1}|}{h_{i,1}} \mathbf{h}_i - \mathbf{u}_1, \quad (3.8)$$

sendo que \mathbf{h}_i é a normalização da correlação cruzada entre o sinal de referência e os *snapshots* do i -ésimo estágio do filtro, que é colinear com a direção do sinal de interesse e que $h_{i,1}$ é o primeiro elemento do vetor \mathbf{h}_i . Os refletores de Householder possuem norma unitária e produzem uma rotação em torno do primeiro elemento do vetor unitário na direção do sinal de interesse. Na EQ. (3.8), $\mathbf{u}_1 = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$. Com os refletores, constroi-se a matriz de Householder, $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{(D-i) \times (D-i)}$

$$\mathbf{H} = \frac{|h_{i,1}|}{h_{i,1}} \left(\mathbf{I} - 2 \frac{\mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H}{\mathbf{v}_i^H \mathbf{v}_i} \right) \quad (3.9)$$

Pode-se facilmente demonstrar que a matriz de Householder é unitária, i.e., $\mathbf{H}^H \mathbf{H} = \mathbf{H} \mathbf{H}^H = \mathbf{I}$ e que sua primeira coluna é \mathbf{h}_i (YANG, 2013). Essas duas propriedades implicam que a matriz de bloqueio $\mathbf{B}_i \in \mathbb{C}^{(D-i) \times (D-i-1)}$ é obtida a partir das demais colunas de \mathbf{H}

$$\mathbf{H} = [\mathbf{h}_i \ \mathbf{B}_i], \quad (3.10)$$

o que é melhor compreendido ao realizar-se a seguinte multiplicação

$$\mathbf{H}^H \mathbf{h}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_i^H \\ \mathbf{B}_i^H \end{bmatrix} \mathbf{h}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_i \\ \mathbf{B}_i^H \mathbf{h}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Observe-se que a reflexão produzida pelo termo $|h_{i,1}|/h_{i,1}$ pode ser substituída por uma constante complexa unitária para produzir uma rotação de fase específica (WERNER, 2007).

A matriz de transformação linear de redução de posto, \mathbf{T}_{HMWF} , tem a mesma expressão dada pela EQ. (2.179), substituindo-se as matrizes de bloqueio pelas matrizes de bloqueio formadas pelos refletores de Householder, conforme a EQ. (3.10).

A TAB. 3.1 apresenta o algoritmo empregado para implementação do HMWF, baseado no algoritmo do MWF, apresentado na TAB. 2.1.

TAB. 3.1: Algoritmo do HMWF

Algoritmo HMWF($\mathbf{x}(k)$, \mathbf{s} , r_{HMWF})

$$d_0(k) \leftarrow \mathbf{s}^H \mathbf{x}(k)$$

$$\mathbf{B}_0 \leftarrow \text{null}(\mathbf{s})$$

$$\mathbf{x}_0(k) \leftarrow \mathbf{B}_0^H \mathbf{x}(k)$$

for $i = 1, 2, \dots, r_{\text{MWF}}$ (Recursão direta, truncamento no r_{MWF} -ésimo estágio)

$$\mathbf{p}_{x_i d_i} \leftarrow \text{E} [x_i(k) d_i^*(k)]$$

$$\delta_{i+1} \leftarrow \sqrt{\mathbf{p}_{x_i d_i}^H \mathbf{p}_{x_i d_i}}$$

$$\mathbf{h}_{i+1} \leftarrow \mathbf{p}_{x_i d_i} / \delta_{i+1}$$

$$\mathbf{v}_i \leftarrow \frac{|h_{i,1}|}{h_{i,1}} \mathbf{h}_i - \mathbf{u}_1$$

$$\mathbf{H} = \frac{|h_{i,1}|}{h_{i,1}} \left(\mathbf{I} - 2 \frac{\mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H}{\mathbf{v}_i^H \mathbf{v}_i} \right)$$

$$\mathbf{B}_{i+1} = \mathbf{H}(:, 2 : r_{\text{HMWF}} - i)$$

$$d_{i+1}(k) \leftarrow \mathbf{h}_{i+1}^H \mathbf{x}_i(k)$$

$$\mathbf{x}_{i+1}(k) \leftarrow \mathbf{B}_{i+1}^H \mathbf{x}_i(k)$$

end for

$$\varepsilon_{r_{\text{MWF}}}(k) \leftarrow d_{r_{\text{MWF}}}(k)$$

for $i = r_{\text{MWF}}, r_{\text{MWF}} - 1, \dots, 1$ (Recursão reversa)

$$w_i = \frac{\text{E}[d_{i-1}^*(k) \varepsilon_i(k)]}{\text{E}[|\varepsilon_i(k)|^2]}$$

$$\varepsilon_{i-1}(k) \leftarrow d_{i-1}(k) - w_i^* \varepsilon_i(k)$$

end for

end

3.3 SIMULAÇÕES

Na presente seção apresentar-se-ão resultados de simulações usando algoritmos MVDR-SMI de posto completo e reduzido em um cenário com escassez de amostras de apoio. Os algoritmos de posto reduzido para comparação de desempenho com o HMWF na aplicação proposta são: componentes principais (*principal components - PC*) (HOTELLING, 1933; HAIMOVICH, 1996), métrica espectral cruzada (*cross-spectral metric - CSM*) (GOLDSTEIN, 1997c,b,a) e o filtro de Wiener multiestágios (*multistage Wiener filter - MWF*) (GOLDSTEIN, 1990; ZOLTOWSKI, 2001).

Foi simulado um radar *phased-array* aerotransportado dotado de ULA composto por $N = 16$ elementos com espaçamento de meio comprimento de onda da portadora. O radar transmite $M = 40$ pulsos por CPI, totalizando, portanto, $MN = 640$ graus de liberdade adaptativos, com frequência de repetição de pulsos (*pulse repetition frequency - PRF*) de aproximadamente 2,5 kHz. Compondo o cenário de emprego, foi incluído um *jammer* barreira de banda larga, com frequência espacial $\vartheta_{jam} = -0,35$, com relação *jammer-ruído* (*jammer-to-noise ratio - JNR*) por elemento de 40 dB e *clutter* uniforme ao longo do azimute, composto por $N_{clu} = 360$ segmentos de *clutter* (*clutter patches*) com relação *clutter-ruído* (*clutter-to-noise ratio - CNR*), por elemento, por pulso, de 50 dB, sem ambiguidade no espectro Doppler ($\beta = 1$), sem desalinhamento do vetor de velocidade da plataforma e sem movimento intrínseco do *clutter*.

Deseja-se detectar um alvo de frequência espacial $\vartheta_{tgt} = 0$ e frequência Doppler $f_{tgt} = 400Hz$, em afastamento relativo ao radar. A FIG. 3.1 apresenta o espectro de Capon do cenário descrito. O espectro de Capon, $S_C(\vartheta, f)$ é definido pelo inverso da máxima SINR alcançável e dado por

$$S_C(\vartheta, f) = \frac{1}{\mathbf{s}^H(\vartheta, f) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}(\vartheta, f)}. \quad (3.12)$$

Observa-se na FIG. 3.1 que o *clutter* localiza-se na linha diagonal e o *jamming* na linha horizontal.

O posto da matriz de covariância de espaço-tempo $r = \text{rank}(R)$ é dado pela soma dos postos das matrizes de covariância de espaço-tempo do *clutter*, r_{clu} , e do *jamming*, r_{jam} . O posto do *clutter* é estimado, pela regra de Brennan (BRENNAN, 1992)

$$r_{clu} = \text{rank}(\mathbf{R}_{clu}) \approx \lfloor N + (M - 1)\beta \rfloor, \quad (3.13)$$

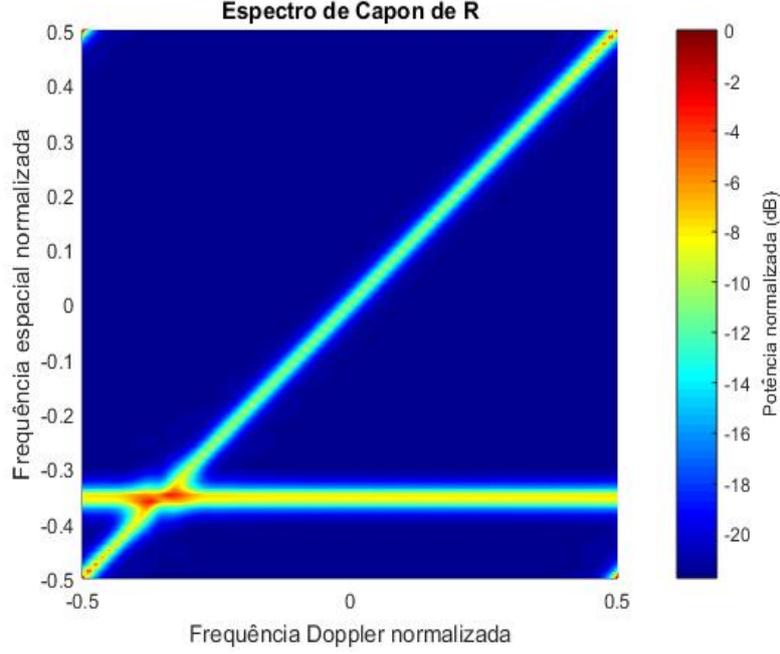


FIG. 3.1: Espectro de Capon da matriz de covariância \mathbf{R}

onde N é o número de sensores no arranjo, M é o número de pulsos por CPI e β é a inclinação da crista de *clutter*, dada por

$$\beta = \frac{2v_p}{f_{PRF}d}, \quad (3.14)$$

onde v_p é a velocidade da plataforma radar, f_{PRF} é frequência de repetição de pulsos e d é o espaçamento interelementos do ULA. Se β for um inteiro, a EQ. (3.13) converte-se em uma igualdade.

Além disso, o valor estimado do posto da matriz de covariância do *jamming*, r_{jam} , é igual a $N_j M$, sendo $N_j = 1$ o número de interferidores. Desta forma o valor teórico estimado do posto da matriz de covariância total é igual a $r = \text{rank}(\mathbf{R}) \approx \lfloor N + (M - 1)\beta + N_j M \rfloor$. Aplicando-se essa estimativa aos dados simulados, obtém-se que o valor teórico do posto da matriz de covariância de espaço-tempo de interferências é 95, o que corresponde ao posto da matriz de covariância obtida na simulação, cujos autovalores são apresentados na FIG. 3.2. Também se observa que o valor estimado do posto da matriz de covariância teórica corresponde ao posto da estimativa simulada da matriz de covariância, $\hat{\mathbf{R}}$, com $K = 5MN = 3200$ amostras de apoio.

Na FIG. 3.2, também é apresentado o espectro de autovalores da estimativa de \mathbf{R} ,

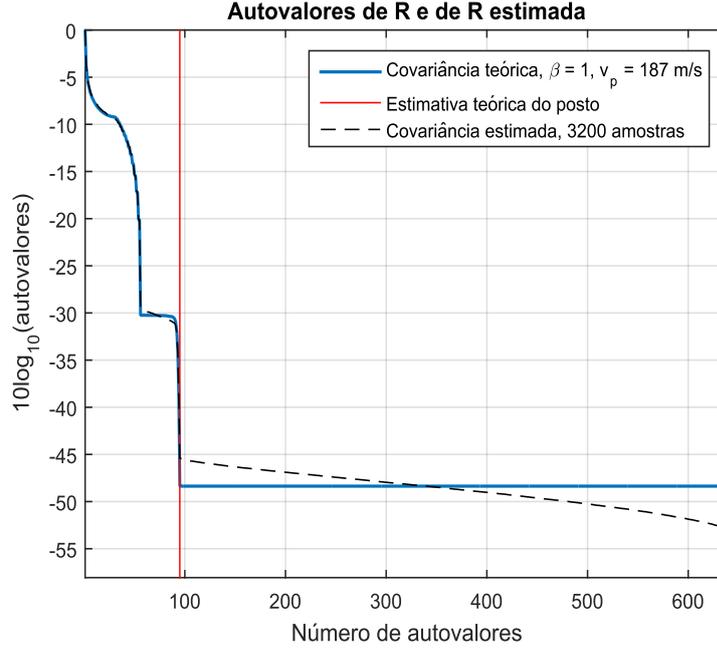


FIG. 3.2: Espectro de autovalores de \mathbf{R} e de $\hat{\mathbf{R}}$ estimada com $K = 5MN = 3200$ amostras determinada a partir de $K = 5MN = 3200$ amostras de apoio, utilizando-se a seguinte expressão

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k). \quad (3.15)$$

As simulações realizadas para verificação do desempenho dos métodos implementados na aplicação proposta foram comparadas com o MVDR-SMI de espaço-tempo apresentado na Seção 2.2, dada por

$$\mathbf{w}_{MVDR-SMI} = \frac{\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{s}}{\mathbf{s}^H\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{s}}, \quad (3.16)$$

e cuja expressão analítica para o valor esperado da SINR normalizada, ρ , em função do número de amostras de apoio também é apresentada na mesma seção e é dada por

$$E[\rho] = \frac{K + 2 - MN}{K + 1}. \quad (3.17)$$

A FIG. 3.3 permite validar a simulação do MVDR-SMI, a partir da comparação da SINR normalizada da simulação com a SINR normalizada da solução analítica descrita

na EQ. (3.17) versus o número de amostras de apoio. Sendo ρ uma variável aleatória com distribuição beta (REED, 1974), empregou-se simulação de Monte Carlo para calcular sua média $\bar{\rho}$, ou seja

$$\bar{\rho} = \frac{1}{n_{MC}} \sum_{i=1}^{n_{MC}} \tilde{\rho}. \quad (3.18)$$

onde $\tilde{\rho}$ é a SINR normalizada calculada em uma iteração e n_{MC} é o número total de iterações de Monte Carlo.

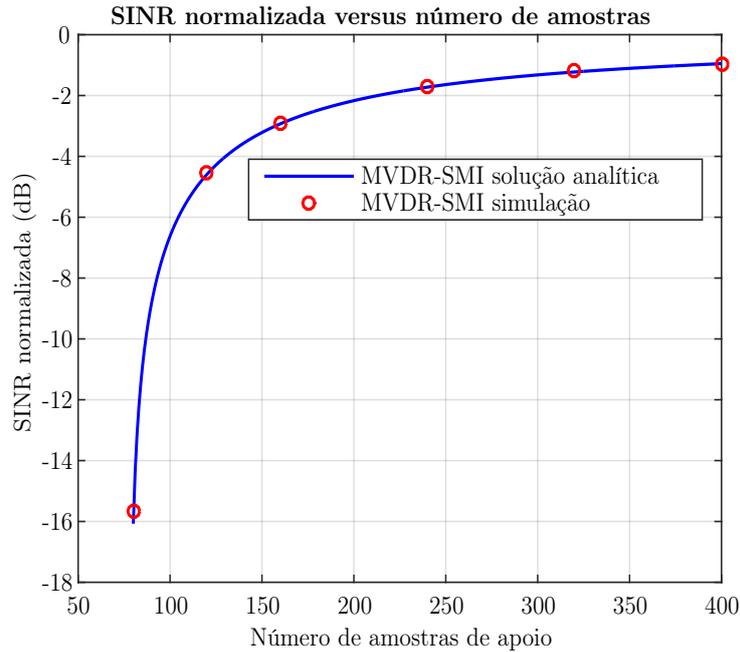


FIG. 3.3: SINR normalizada, $\bar{\rho}$, do MVDR-SMI, curva dada pela EQ. (3.17) e resultado da EQ. (3.18) com 10 iterações de Monte Carlo.

Os *snapshots* de espaço-tempo que compõem as amostras de apoio, K , são os dados de treinamento dos algoritmos adaptativos implementados. A fim de gerar as amostras das simulações, por conveniência (ao invés de obter os *snapshots* de espaço-tempo a partir das expressões desenvolvidas na Seção 2.2, baseadas no produto de Kronecker de *steering vectors* de espaço-tempo) e uma vez determinada a matriz de covariância total teórica de espaço-tempo \mathbf{R} , calcularam-se os *snapshots* da seguinte forma (RICKS, 2000)

$$\mathbf{x}_i(k) = \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{R}^{1/2} \mathbf{r}, \quad (3.19)$$

onde $\mathbf{r} \in \mathbb{C}^{MN \times 1}$ é um vetor aleatório complexo normal, tal que

$$\mathbf{E} [\mathbf{r}\mathbf{r}^H] = 2\mathbf{I}_{MN}, \quad (3.20)$$

e, logo

$$\mathbf{E} [\mathbf{x}_i\mathbf{x}_i^H] = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \mathbf{R}^{1/2}\mathbf{E} [\mathbf{r}\mathbf{r}^H] \mathbf{R}^{1/2} = \mathbf{R}^{1/2}\mathbf{I}_{MN}\mathbf{R}^{1/2} = \mathbf{R}, \quad (3.21)$$

considerando-se que \mathbf{R} é Hermitiana, i.e. $\mathbf{R}^H = \mathbf{R}$, ou seja, obtém-se um sinal que apresenta a mesma matriz de covariância.

Esta seção, contudo, objetiva tratar da simulação da aplicação do HMWF e de outras técnicas de posto reduzido a filtros STAP. Retomando o tópico principal de discussão, apresentar-se-ão, em seguida, os resultados da simulação do desempenho dos métodos de posto reduzido e do MVDR-SMI de posto completo no cenário descrito. Inicialmente, examinou-se o desempenho, em termos de SINR normalizada, ρ , das técnicas simuladas, variando-se número de amostras, K , conforme apresentado, como exemplo, na FIG. 3.4, na FIG. 3.5, na FIG. 3.6 e na FIG. 3.7.

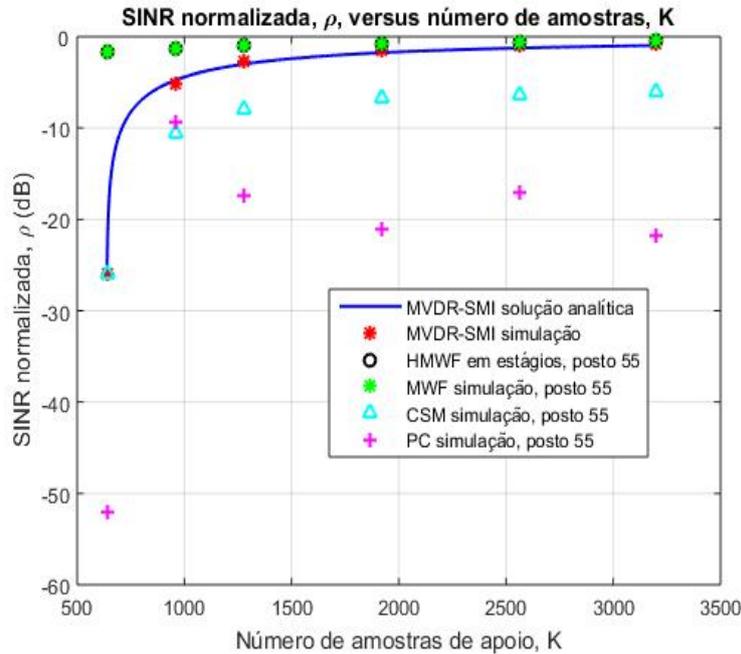


FIG. 3.4: SINR normalizada versus amostras de apoio, K , 10 iterações, PC, CSM, MWF e HMWF com posto 55.

Na FIG. 3.4, para o posto $r = 55$, se observa um menor desvio em relação à SINR do

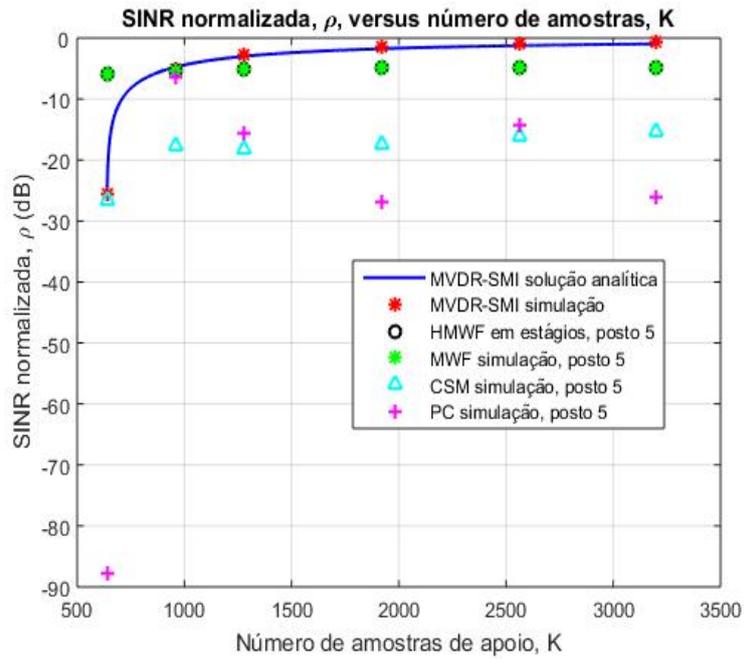


FIG. 3.5: SINR normalizada versus amostras de apoio, K , 10 iterações, PC, CSM, MWF e HMWF com posto 5.

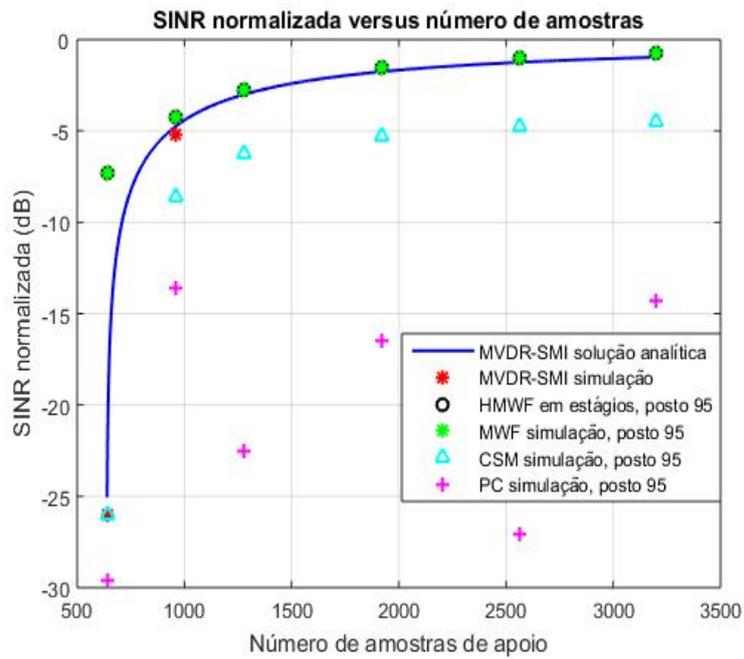


FIG. 3.6: SINR normalizada versus amostras de apoio, K , 10 iterações, PC, CSM, MWF e HMWF com posto 95.

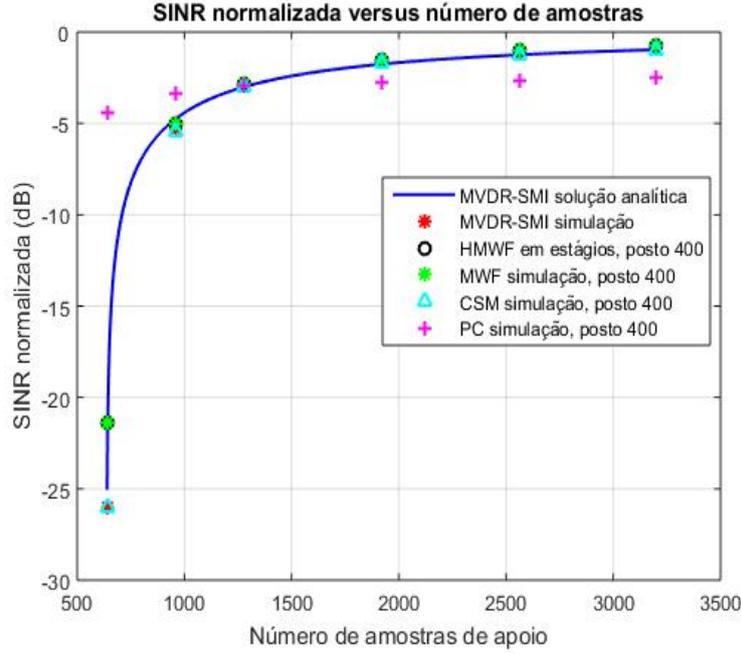


FIG. 3.7: SINR normalizada versus amostras de apoio, K , 10 iterações, PC, CSM, MWF e HMWF com posto 400.

MVDR ótimo para o MWF e o HMWF, superando até mesmo a solução de posto completo (MVDR-SMI). Constata-se ainda que, o HMWF e MWF produziram SINR normalizada equivalente e que os demais métodos de redução de posto obtiveram desempenho inferior, particularmente o PC. Na FIG. 3.5, produziu-se uma redução drástica para o posto $r = 5$ e se verifica que o HMWF e o MWF mantiveram desempenho equivalente com degradação da SINR normalizada inferior a 5 dB. Elevando-se o posto para $r = 95$, pode-se identificar, na Na FIG. 3.6 a convergência da SINR normalizada do HMWF e MWF, equivalentes, para o valor esperado do MVDR-SMI, exceto para o menor número de amostras da simulação, i.e. $K = MN = 640$. A FIG. 3.7 demonstra que o PC e o CSM somente atingem um desempenho satisfatório, i.e. $\rho \approx 3$ dB para $K = 2MN$ (640 neste experimento), quando selecionou-se o posto de 400. Observa-se, ainda, a continuidade da convergência dos valores de SINR normalizada do HMWF e do MWF para o valor esperado teórico da SINR do MVDR.

A simulação da probabilidade de detecção, P_D , versus a probabilidade de falso alarme, P_{FA} , também denominada curva ROC (*receiver operating characteristic*), para o MVDR-SMI e para os algoritmos de posto reduzido é apresentada nas FIG. 3.8, 3.9, 3.10, 3.11,

3.12, 3.13, e 3.14 e é dada pela expressão (RICHARDS, 2005)

$$P_D = Q_M \left(\sqrt{2SINR}, \sqrt{-2\ln(P_{FA})} \right), \quad (3.22)$$

onde $Q_M(\cdot)$ é a função Q de Marcum (FERREIRA, 2017). A curva ROC foi gerada a partir de $K = 2MN = 1280$ e $K = 20$ amostras, para $\vartheta_{tgt} = 0$ e para $v_{tgt} = 60$ m/s, sendo ϑ_{tgt} a frequência espacial do alvo e v_{tgt} sua velocidade. As curvas foram obtidas a partir de 10 iterações de Monte Carlo e a SNR do alvo foi ajustada para 0,5 dB.

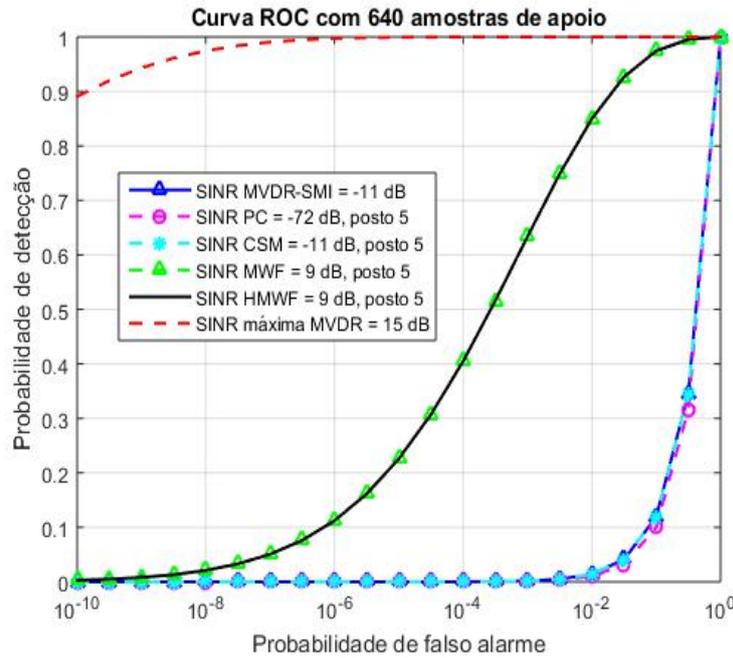


FIG. 3.8: P_D versus P_{FA} , $K = MN = 640$, 10 iterações, para $\xi_{tgt} = 0,5$ dB, $\vartheta_{tgt} = 0$ e $v_{tgt} = 60$ m/s, com $r_{HMWF} = 5$

Na FIG. 3.8 é possível observar que, utilizando $K = 640$ amostras de apoio, o HMWF de posto $r = 5$, apresentou P_D equivalente ao MWF de mesmo posto e se mostrou superior a todos os demais métodos, mesmo elevando-se o posto do CSM e do PC para 400. Mantendo-se $K = MN = 640$ amostras e aumentando-se o número de estágios do HMWF de 5 para $r = 55$, verifica-se, na FIG. 3.9, que a manutenção da equivalência de desempenho de probabilidade de detecção entre o HMWF e o MWF e superioridade de ambos em relação aos demais métodos com mesma redução de posto. Essa equivalência foi constatada em todas as demais simulações realizadas. Com a elevação do posto para $r = 95$, observou-se um desempenho de P_D similar ao verificado para $r = 5$. Repetindo-se a simulação, agora com $K = 20$ amostras, verificou-se a necessidade de adicionar um

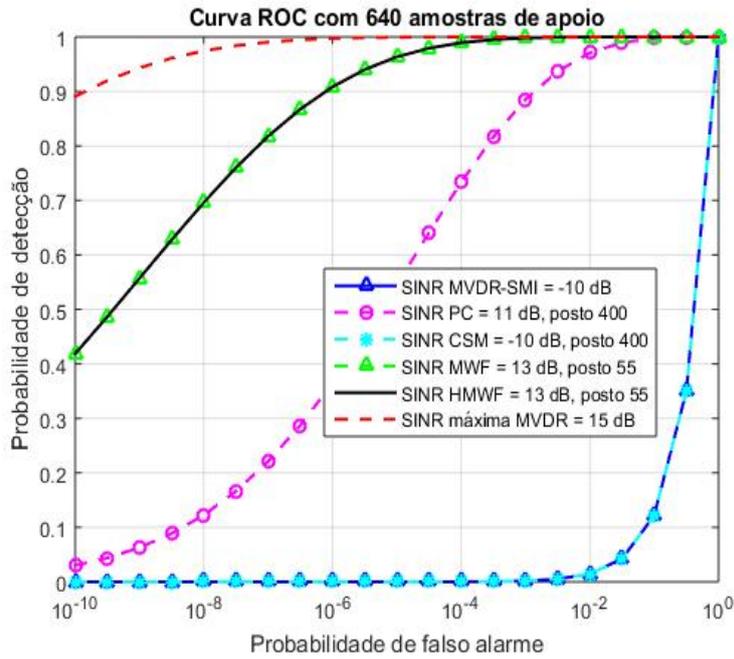


FIG. 3.9: P_D versus P_{FA} , $K = MN = 640$, 10 iterações, $\xi_{tgt} = 0,5$ dB, $\vartheta_{tgt} = 0$ e para $v_{tgt} = 60$ m/s, com $r_{HMWF} = 55$.

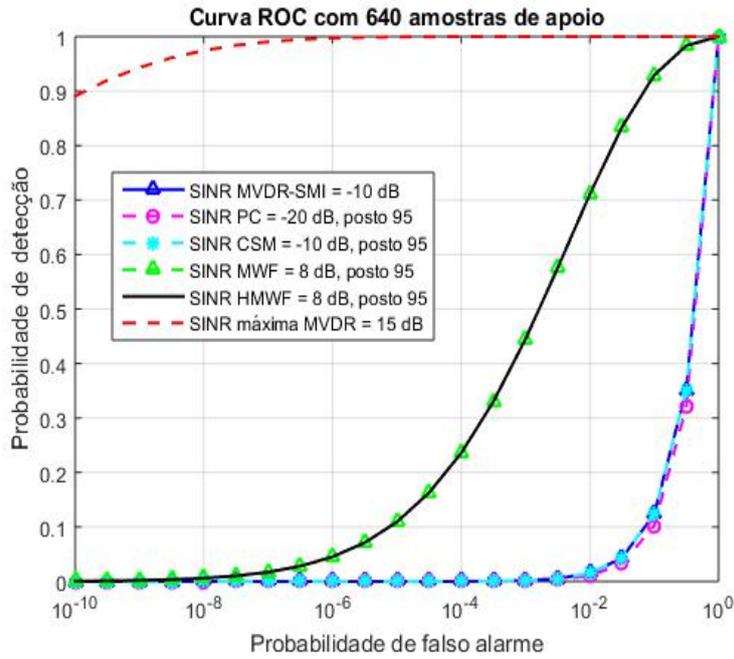


FIG. 3.10: P_D versus P_{FA} , $K = MN = 640$, 10 iterações, $\xi_{tgt} = 0,5$ dB, $\vartheta_{tgt} = 0$ e para $v_{tgt} = 60$ m/s, com $r_{HMWF} = 95$.

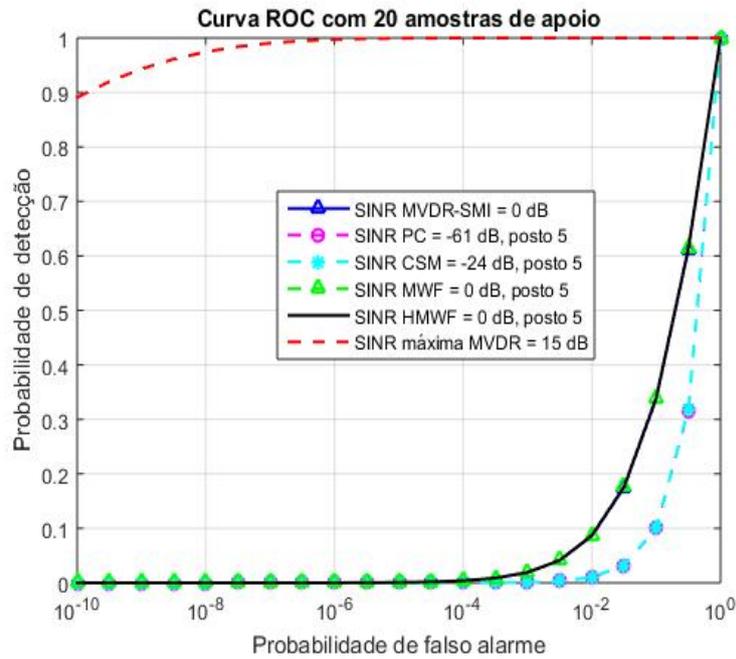


FIG. 3.11: P_D versus P_{FA} , $K = 20$, 10 iterações, $\xi_{tgt} = 0,5$ dB, $\vartheta_{tgt} = 0$ e para $v_{tgt} = 60$ m/s, com $r_{HMWF} = 5$.

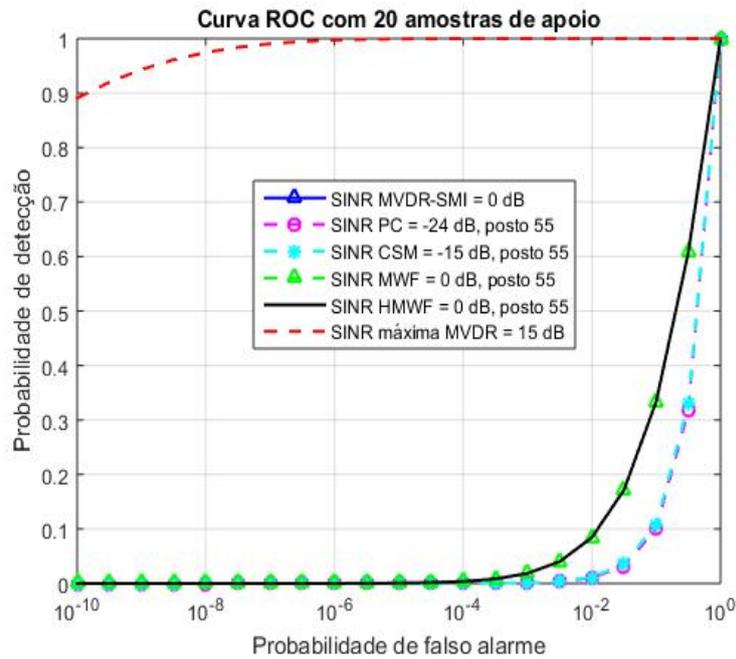


FIG. 3.12: P_D versus P_{FA} , $K = 20$, 10 iterações, $\xi_{tgt} = 0,5$ dB, $\vartheta_{tgt} = 0$ e para $v_{tgt} = 60$ m/s, com $r_{HMWF} = 55$.

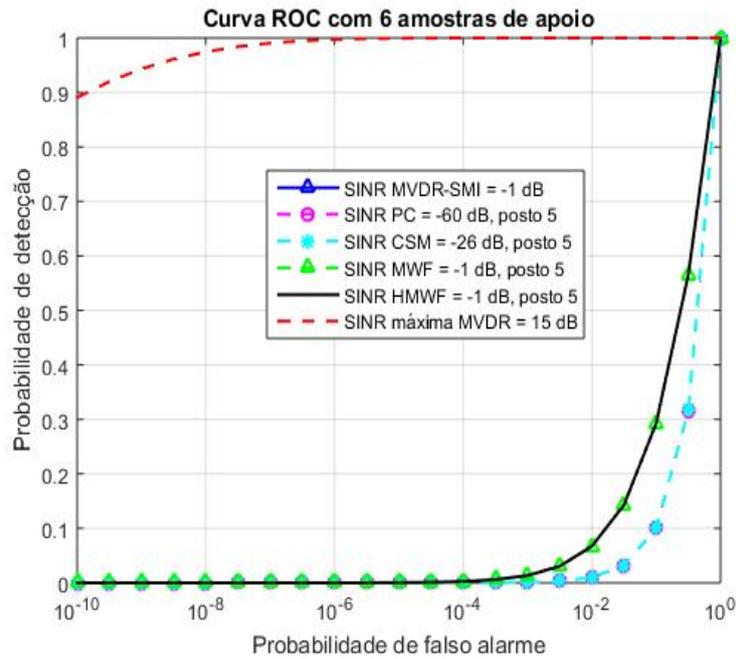


FIG. 3.13: P_D versus P_{FA} , $K = 20$, 10 iterações, $\xi_{tgt} = 0,5$ dB, $\vartheta_{tgt} = 0$ e para $v_{tgt} = 60$ m/s, com $r_{HMWF} = 55$.

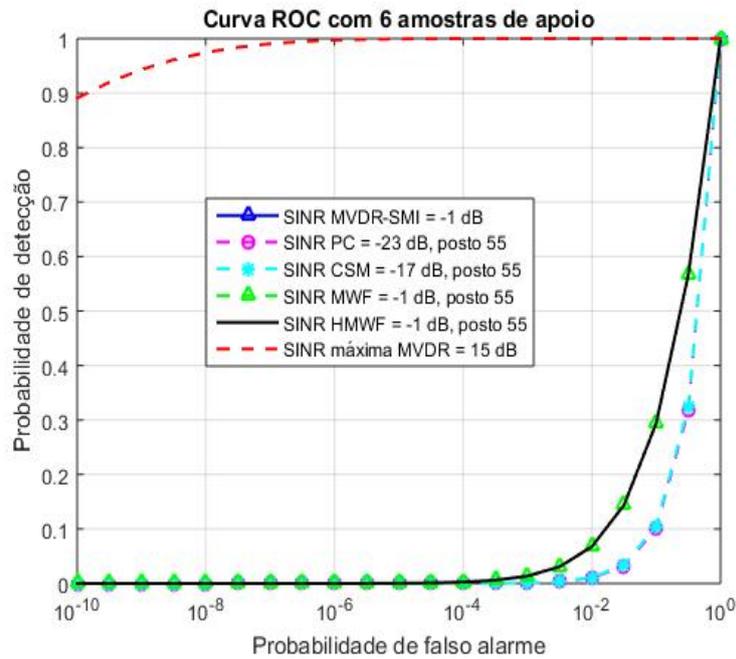


FIG. 3.14: P_D versus P_{FA} , $K = 20$, 10 iterações, $\xi_{tgt} = 0,5$ dB, $\vartheta_{tgt} = 0$ e para $v_{tgt} = 60$ m/s, com $r_{HMWF} = 55$.

carregamento diagonal (*diagonal loading*) de valor empírico, $10 n_t^2$ para a estimação da matriz de covariância de espaço-tempo para todos os algoritmos, a fim de evitar instabilidades no cálculo numérico, especialmente na inversão de matrizes com dimensionalidade reduzida devido ao número de amostras de apoio. Para esse número reduzido de amostras, verificou-se a manutenção da equivalência de desempenho de P_D entre o HMWF e o MWF, bem como a maior P_D destes em relação aos demais métodos implementados, conforme ilustrado pelas FIG. 3.11 e 3.12. Após repetir novamente o experimento, desta vez com $K = 6$ amostras, verificou-se, com o subsídio da FIG. 3.13 e da FIG. 3.14, a equivalência de desempenho de P_D do HMWF e do MWF foi mantida, que é bastante similar ao observado para $K = 20$ amostras

A FIG. 3.15 e a FIG. 3.16 apresentam, o desempenho Doppler, i.e. a perda de SINR versus a variação da frequência Doppler do alvo dos métodos simulados para $K = MN = 640$ amostras de apoio, respectivamente, com posto $r = 5$ e $r = 55$. Para a geração das curvas, foram realizadas 10 iterações de Monte Carlo. O desempenho Doppler é obtido, fixando-se a frequência espacial do alvo, ϑ_{tgt} , e calculando-se a perda de SINR, i.e. $L_{SINR} = SINR/SNR_{max}$, variando-se a velocidade do alvo, $v_{tgt} = -\lambda_c/2f_{tgt}$, da seguinte forma

$$L_{SINR}(f) = \frac{n_t^2 \xi_{tgt} |\mathbf{w}^H \mathbf{T}^H \mathbf{s}(\vartheta_{tgt}, f)|^2}{SNR_{max} \mathbf{w}^H \mathbf{T}^H \mathbf{R} \mathbf{T} \mathbf{w}}, \quad (3.23)$$

onde \mathbf{w} é o filtro STAP calculado para uma dada frequência espacial, ϑ_{tgt} , no espectro Doppler normalizado em relação à PRF, f_{tgt} . \mathbf{T} é a matriz de transformação de redução de posto (aplicada somente nos métodos de posto reduzido) e $SNR_{max} = \xi_{tgt} MN$.

Ao se considerar a FIG. 3.15 e a FIG. 3.16, observa-se a rejeição superior a 30 dB aos sinais com Doppler nulo, para o HMWF e MWF, evidenciando a filtragem Doppler do STAP. Adicionalmente, constata-se o desempenho equivalente do HMWF e MWF e superior destes em relação aos demais métodos de redução de posto simulados e em relação ao MVDR-SMI de posto completo.

Destaque-se na FIG. 3.16 que, para o posto $r = 55$, o HMWF e o MWF apresentam desempenho Doppler cerca de menos de 2 dB inferior ao MVDR ótimo e cerca de 20 dB superior ao CSM com o mesmo posto. Reduzindo-se o posto para $r = 5$ e o número de amostras de apoio $K = 20$, obteve-se a simulação cujo resultado é apresentado na FIG. 3.17. Não obstante percebe-se um aumento pronunciado da L_{SINR} do HMWF e do

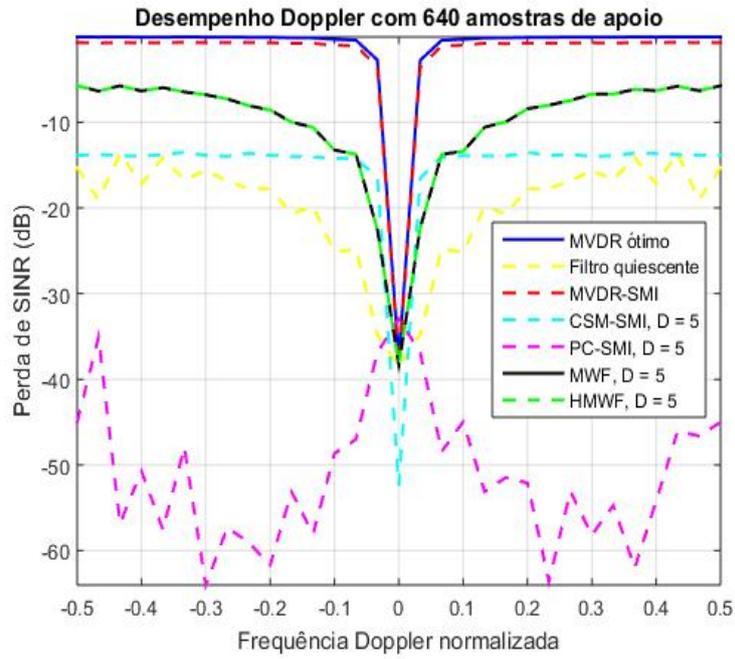


FIG. 3.15: Desempenho Doppler da perda de SINR, $K = 640$, 10 iterações, $\xi_{tgt} = 0,5$ dB, $\vartheta_{tgt} = 0$, com posto 5.

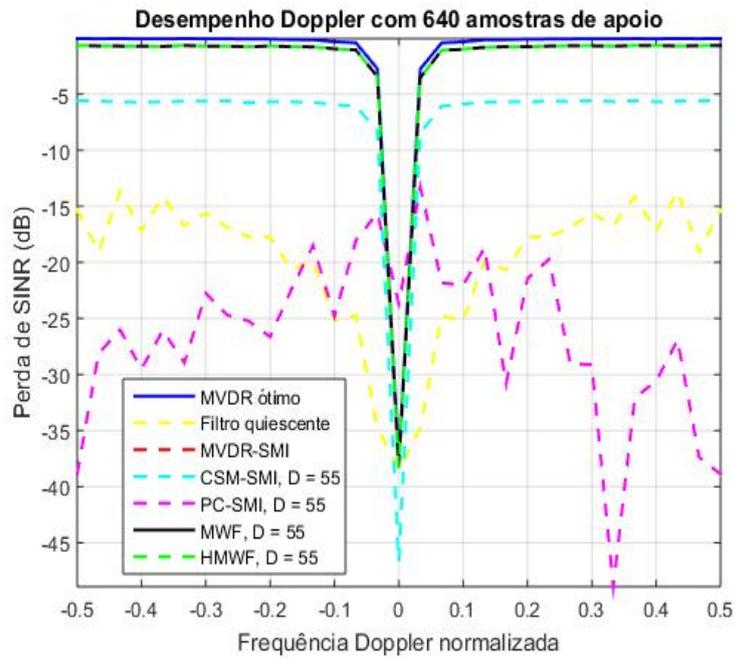


FIG. 3.16: Desempenho Doppler da perda de SINR, $K = 640$, 10 iterações, $\xi_{tgt} = 0,5$ dB, $\vartheta_{tgt} = 0$, com posto 55.

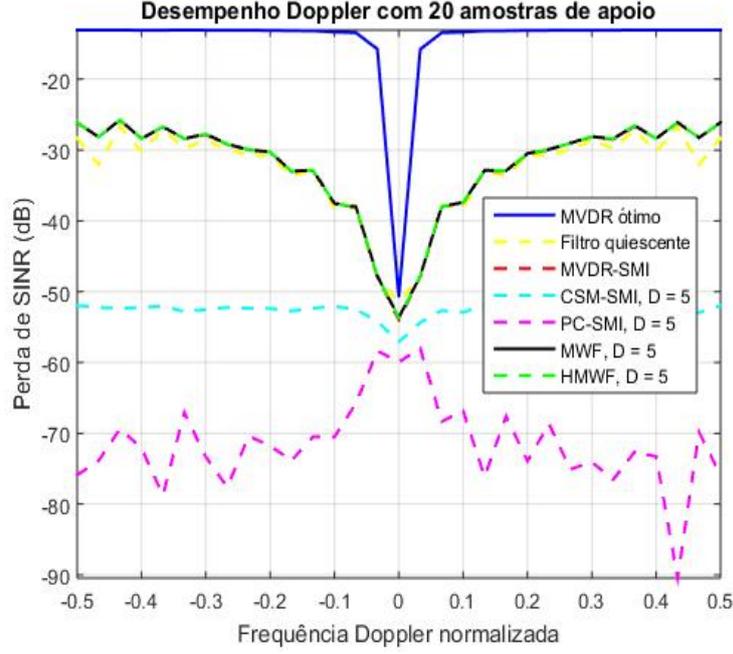


FIG. 3.17: Desempenho Doppler da perda de SINR, $K = 20$, 10 iterações, $\xi_{tgt} = 0,5$ dB, $\vartheta_{tgt} = 0$, com posto 5.

MWF, equivalentes, de mais de 15 dB em relação ao MVDR ótimo, observa-se ainda a presença da rejeição ao Doppler nulo, o que se torna quase vestigial ou inexistente nos demais métodos simulados.

No que se refere à complexidade computacional do algoritmo HMWF, comparou-se com a complexidade do MWF convencional em termos do número total de multiplicações e adições complexas, obtendo-se o resultado consolidado na TAB. 3.2. Na tabela, r é o número de estágios do filtro. A complexidade do MWF foi determinada, assumindo-se a geração dos subespaços nulos dos sinais de referência de cada estágio a partir de decomposição matricial em valores singulares (*singular value decomposition - SVD*) (GOLUB, 1984; WERNER, 2007).

TAB. 3.2: Operações complexas do HMWF e MWF

Algoritmo	Multiplicações complexas
MWF	$Kr^3/3 - KMNr^2 + K(M^2N^2 - 1/3)r$
HMWF	$-r^3/3 + (MN/2 - 5)r^2 + (13/6 + M^2N^2/2 + 11MN/2)r - M^2N^2 - 6MN - 1$

Na FIG. 3.18, de acordo com a TAB. 3.2, comparou-se a complexidade dos algoritmos HMWF e MWF, variando-se o número de estágios (posto) dos filtros. O número de

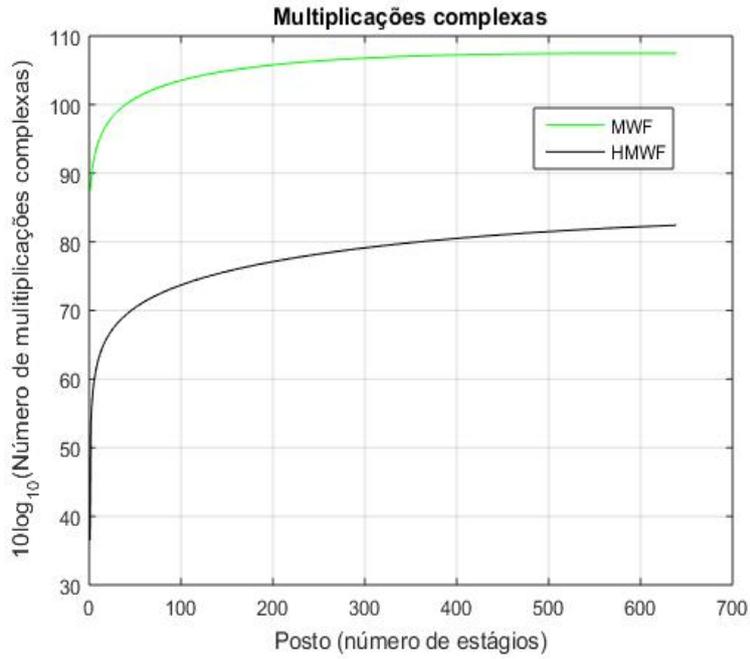


FIG. 3.18: Número de multiplicações complexas versus número de estágios (posto) dos algoritmos HMWF e MWF, para $M = 40$, $N = 16$ e $K = MN = 640$ amostras de apoio.

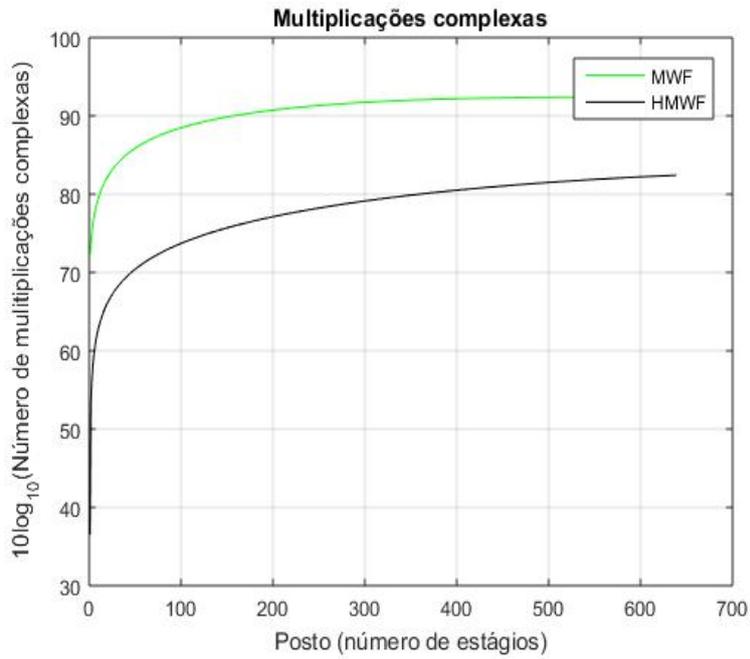


FIG. 3.19: Número de multiplicações complexas versus número de estágios (posto) dos algoritmos HMWF e MWF, para $M = 40$, $N = 16$ e $K = 20$ amostras de apoio.

amostras de apoio, K foi ajustado para $MN = 640$. Ao serem comparados os dados da TAB. 3.2, além da FIG. 3.18, percebe-se que ambos os algoritmos, como esperado, possuem a mesma ordem de grandeza de operações complexas, $\mathcal{O}(r^3)$, havendo um acréscimo substancial de multiplicações complexas do MWF em relação ao HMWF, corroborando a eficiência computacional da implementação de Householder em contraponto ao MWF convencional, descrita nos trabalhos de (de CAMPOS, 2003) e de (WERNER, 2007). Ao se observar a FIG. 3.19, pode-se perceber também a forte dependência da complexidade computacional do MWF convencional em relação ao número de amostras de apoio, o que não é compartilhado pelo HMWF, como pode-se notar ao se verificar redução da diferença entre o número de multiplicações complexas de ambos os algoritmos e a invariância do desempenho do HMWF na FIG. 3.18 e na FIG. 3.19.

3.4 CONCLUSÃO

Neste capítulo aplicou-se a técnica de redução de posto HMWF ao um filtro de espaço-tempo de uma plataforma radar móvel. O HMWF consiste na implementação de Householder das matrizes de bloqueio de um MWF, i.e. estrutura de redução de posto composta por filtros de Wiener aninhados em uma estrutura GSC. Essa estratégia, que até então não havia sido aplicado a filtros STAP, explora a estrutura GSC e o reduzido subespaço de Krylov do sinal para filtrar as interferências por meio de matrizes de bloqueio geradas a partir de refletores de Householder. Os resultados numéricos obtidos no cenário de aplicação de um radar aerotransportado com escassez de amostras de apoio demonstrou que a implementação do HMWF proposta proporcionou resultados equivalentes ao MWF nas métricas de desempenho simuladas (SINR versus número de amostras de apoio, probabilidade de detecção e desempenho Doppler de perda de SINR). Tal equivalência de desempenho não é, em absoluto, surpreendente, tendo em vista o HMWF consistir de uma implementação computacionalmente mais eficiente do MWF. Em complemento, o HMWF também se destacou por seu desempenho ter superado as demais técnicas implementadas no mesmo posto. Na maioria das simulações, o HMWF superou até mesmo o MVDR-SMI de posto completo e outras técnicas implementadas em posto superior ao do HMWF. O resultado pouco expressivo do desempenho da P_D do HMWF para reduzido número de amostras de apoio (i.e., menor que MN amostras) não constitui um óbice à aplicação prática do método por ser uma limitação que pode ser contornada, por exemplo, aumentando-se a largura de banda do filtro casado do receptor do radar. É

relevante asseverar que o desempenho do HMWF, assim como o MWF, para um número de amostras de apoio igual ao número de graus de liberdade do filtro STAP pode ser considerado um número de amostras reduzido, visto que outros métodos de redução de posto mais conhecidos não apresentam satisfatório com esse número de amostras. Convém ser ressaltado, ainda, que o HMWF foi capaz de obter excelente desempenho em todas as métricas simuladas, mesmo com um número muito reduzido de amostras de apoio e com redução de posto de até 19 vezes em relação ao posto da matriz de covariância de espaço-tempo e em até 128 vezes em relação à dimensionalidade completa, MN do filtro STAP. Tal redução de posto foi alcançada com o emprego de até 6 amostras de apoio, o que é um desempenho digno de destaque e torna o HMWF um algoritmo atrativo para emprego por radares STAP operando em ambientes sujeitos a interferências não estacionárias e, por conseguinte, com escassez de amostras de apoio.

No que tange à complexidade computacional, o desempenho do HMWF sobrepujou o MWF em termos do número de multiplicações complexas e da dependência em relação ao número de amostras. A reduzida complexidade computacional aliada à possibilidade de operação com reduzido número de amostras e com redução de posto significativa promovem a superioridade do HMWF em relação à implementação convencional do MWF e justificam sua aplicação em substituição a outros métodos de redução de posto como o CSM e o PC.

No capítulo seguinte, aplicar-se-á o HMWF a um radar terrestre fixo com arranjo planar e filtro STAP e verificar-se-á se os resultados obtidos neste capítulo se mantêm na particularização para um cenário mais específico.

4 FILTRO DE WIENER MULTISTÁGIOS COM IMPLEMENTAÇÃO DE HOUSEHOLDER APLICADO A RADAR STAP COM ARRANJO RETANGULAR

Apresentar-se-á, no presente capítulo, a aplicação do filtro de Wiener multiestágios com implementação de Householder (*Householder multistage Wiener filter - HMWF*), apresentado no capítulo anterior, ao filtro STAP de um radar terrestre fixo dotado de arranjo planar retangular de antenas. Ao serem considerados os conceitos básicos apresentados no Capítulo 2, pode-se perceber que sua aplicação a um radar de plataforma fixa implica, assumindo-se o *clutter* e o *jamming* estacionários, na ausência de movimento relativo do *clutter* em relação ao radar. Desta forma, a expressão da matriz de covariância de espaço-tempo do *clutter*, \mathbf{R}_{clu} , se simplifica e seu posto, segundo a estimativa dada pela Regra de Brennan (BRENNAN, 1992)

$$r_{clu} = \text{rank}(\mathbf{R}_{clu}) \approx \lfloor N + (M - 1)\beta \rfloor, \quad (4.1)$$

se iguala ao número de elementos do arranjo N , visto que a razão de dependência em relação ao Doppler do *clutter*, β , é nula. Isto é devido ao *clutter* haver sido assumido homogêneo e estacionário, i.e. assume-se a ausência de movimento intrínseco do *clutter* (*intrinsic clutter motion - ICM*). Em um cenário com *clutter* estático, o processamento STAP pode atuar em conjunto com técnicas de posto reduzido pré-Doppler, e.g. o deslocamento reverso de fase central de antena (*inverse displaced centre antenna - IDPCA*) (JOHNSON, 2013; TITI, 1996; GUERCI, 2003), que simula o movimento da plataforma radar a partir processamento em sub-arranjos espaciais ou de espaço-tempo e que foi empregado para aquisição dos dados de um radar STAP fixo real disponíveis em (JOHNSON, 2013). O emprego dessas técnicas introduz um movimento relativo simulado do *clutter* em relação ao radar, possibilitando o processamento STAP em condições similares ao emprego por uma plataforma radar móvel. Alternativamente, o radar STAP fixo pode atuar diretamente, como em (FARINA, 2004), no qual um radar fixo opera em presença de *clutter* e *jamming* intensos, de estatística desconhecida *a priori*. Nesse cenário o emprego em cascata de um filtro Doppler e de um *beamformer* espacial adaptativos não apresentou

resultados satisfatórios na rejeição das interferências quando ou o *clutter* ou o *jamming* ou ambos são intensos, por não estimarem satisfatoriamente a matriz de covariância das interferências, o que foi alcançado através do STAP. Tal resultado, aliado à escassez justificada de trabalhos abordando a aplicação do STAP a plataformas radar fixas e à eventual possibilidade de aplicação futura de tal técnica em projetos de sistema de radar em curso no Exército Brasileiro e na indústria nacional motivaram a aplicação pretendida do algoritmo HMWF à filtragem de espaço-tempo de um radar terrestre com arranjo planar retangular de antenas, cujo receptor STAP foi simulado computacionalmente.

Esse capítulo é organizado como se segue: a Seção 4.1 descreve o modelo do sistema do filtro STAP particularizado para a aplicação pretendida e o funcionamento básico do simulador de radar fixo com arranjo planar retangular; a Seção 4.2 contém os resultados das simulações computacionais realizadas para examinar o desempenho do HMWF aplicado ao STAP no cenário de interesse; a Seção 4.3, apresenta resultados preliminares da simulação do processador STAP aplicado a um receptor radar com arranjo planar, obtido através da aplicação da modelagem descrita na Seção 4.1. Conclusões obtidas a partir desses resultados são fornecidas na Seção 4.4.

4.1 MODELAGEM DO SISTEMA

Reportando-se aos capítulos precedentes, a seguir será brevemente descrito o modelo do filtro STAP de posto reduzido pelo método HMWF de um radar com arranjo planar retangular, bem como, o funcionamento do simulador radar STAP de plataforma fixa com arranjo planar retangular.

Um radar *phased-array* terrestre STAP possui arranjo planar retangular com N elementos, integra M pulsos coerentes e possui a mesma geometria da FIG. 2.1, cujo CPI é esquematizado na FIG. 2.4. O CPI é composto por L *snapshots* de espaço-tempo de dimensão $M \times N$, que são representados por vetores $\mathbf{r}[l] \in \mathbb{C}^{MN \times 1}$, conforme a expressão

$$\mathbf{r}[l] = \alpha_0[l]\mathbf{s}(\theta_0, f_0) + \mathbf{i}[l] + \mathbf{n}[l], \quad (4.2)$$

em que $\mathbf{x}[l] = \mathbf{i}[l] + \mathbf{n}[l]$ é componente de interferências de $\mathbf{r}[l]$, a amplitude do sinal de eco de interesse é $\alpha_0 \in \mathbb{C}$, e o *steering vector* de espaço-tempo é $\mathbf{s}(\theta_0, f_0) = \mathbf{a}(\theta_0) \otimes \mathbf{b}(f_0)$,

onde

$$\mathbf{a}(\boldsymbol{\vartheta}_{tgt}) = \left[e^{j2\pi\vartheta_0(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})} \quad e^{j2\pi\vartheta_1(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})} \quad \dots \quad e^{j2\pi\vartheta_{N-1}(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})} \right]^T \quad (4.3)$$

é o *steering vector* espacial do arranjo planar e

$$\mathbf{b}(\varpi_{tgt}) = \left[1 \quad e^{j2\pi\varpi_{tgt}} \quad \dots \quad e^{j2(M-1)\pi\varpi_{tgt}} \right]^T \quad (4.4)$$

é o *steering vector* temporal, sendo θ_{tgt} e ϕ_{tgt} , respectivamente, a elevação e o azimute do alvo, ϖ_{tgt} , a frequência Doppler do alvo normalizada em relação à frequência de repetição de pulsos (PRF) e

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\vartheta}_{tgt}(\theta_{tgt}, \phi_{tgt}) &= [\vartheta_0(\theta_{tgt}, \phi_{tgt}) \quad \vartheta_1(\theta_{tgt}, \phi_{tgt}) \quad \dots \quad \vartheta_{N-1}(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})]^T = \\ &= \begin{bmatrix} \left[\left(\frac{N_x-1}{2} \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_x \cos \theta_{tgt} \sin \phi_{tgt} + \left(\frac{N_y-1}{2} \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_y \cos \theta_{tgt} \cos \phi_{tgt} \right] \\ \left[\left(\frac{N_x-1}{2} - 1 \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_x \cos \theta_{tgt} \sin \phi_{tgt} + \left(\frac{N_y-1}{2} \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_y \cos \theta_{tgt} \cos \phi_{tgt} \right] \\ \dots \\ \left[\left(\frac{N_x-1}{2} - N_x + 1 \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_x \cos \theta_{tgt} \sin \phi_{tgt} + \left(\frac{N_y-1}{2} \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_y \cos \theta_{tgt} \cos \phi_{tgt} \right] \\ \left[\left(\frac{N_x-1}{2} \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_x \cos \theta_{tgt} \sin \phi_{tgt} + \left(\frac{N_y-1}{2} - 1 \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_y \cos \theta_{tgt} \cos \phi_{tgt} \right] \\ \dots \\ \left[\left(\frac{N_x-1}{2} - N_x + 1 \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_x \cos \theta_{tgt} \sin \phi_{tgt} + \left(\frac{N_y-1}{2} - 1 \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_y \cos \theta_{tgt} \cos \phi_{tgt} \right] \\ \dots \\ \left[\left(\frac{N_x-1}{2} - p \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_x \cos \theta_{tgt} \sin \phi_{tgt} + \left(\frac{N_y-1}{2} - q \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_y \cos \theta_{tgt} \cos \phi_{tgt} \right] \\ \dots \\ \left[\left(\frac{N_x-1}{2} - N_x + 1 \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_x \cos \theta_{tgt} \sin \phi_{tgt} + \left(\frac{N_y-1}{2} - N_y + 1 \right) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_y \cos \theta_{tgt} \cos \phi_{tgt} \right] \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4.5)$$

$p = 0, \dots, N_x - 1; \quad q = 0, \dots, N_y - 1,$

é o vetor $N \times 1$ que reúne as frequências espaciais do alvo para cada elemento do arranjo, em que $N_x N_y = N$, são os números de elementos do arranjo por fileira e por coluna, d_x e d_y são os espaçamentos interelementos nas fileiras e colunas e λ_c é o comprimento de onda da portadora.

Os *snapshots* recebidos pelo ULA são submetidos ao filtro de espaço-tempo, \mathbf{w} , produzindo a saída escalar complexa

$$z[l] = \mathbf{w}^H \mathbf{r}[l], \quad (4.6)$$

onde \mathbf{w} é o vetor de coeficientes do filtro MVDR de espaço-tempo, selecionado para maximizar a probabilidade de detecção e dado por

$$\mathbf{w}_{MVDR} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}}{\mathbf{s}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}}. \quad (4.7)$$

em que, dado o desconhecimento, a priori, da matriz de covariância \mathbf{R} , esta é substituída na equação anterior pela sua estimativa $\hat{\mathbf{R}}$, obtida a partir de K amostras de apoio, compostas de *snapshots* iid, contendo interferências (*clutter* e *jamming*) assumidas estacionários. Desta forma, o filtro STAP consiste de um filtro MVDR-SMI de espaço-tempo.

Para a redução de posto, aplica-se ao filtro MVDR-SMI o algoritmo HMWF, de forma a se obter um filtro de espaço-tempo de posto reduzido, cuja nova dimensionalidade é dada pelo número de estágios do HMWF. A redução de posto pode ser interpretada como uma transformação linear, \mathbf{T}_{HMWF} aplicada aos *snapshots* gerados pelo filtro STAP de posto completo, i.e.

$$\mathbf{x}[l]_{r_{HMWF}} = \mathbf{T}_{HMWF} \mathbf{x}[l]. \quad (4.8)$$

onde o subscrito em r_{HMWF} indica o novo posto do filtro após a aplicação do HMWF.

O processamento do receptor radar modelado pode ser ilustrado pela FIG. 2.3. Na figura, toda a filtragem STAP e de posto reduzido é realizada no estágio com rótulo “STAP”, cuja saída $z[l]$ é comparada a um limiar de detecção determinado a partir da amostra de apoio no estágio de rastreamento. O transmissor do radar emite trens de M pulsos LFM expressos por

$$\bar{s}_{TX}(t) = A(t) e^{j\psi} \sum_{m=0}^{M-1} \text{rect} \left(t - \frac{m}{PRF} \right) e^{j2\pi [f_c(t-m/PRF) + \frac{\mu}{2}(t-m/PRF)^2]}, \quad (4.9)$$

onde $A(t)$ é a amplitude do sinal, ψ é um desvio de fase arbitrário, f_c é a frequência da portadora e μ é a razão entre a largura de cada pulso e sua largura e banda. Os sinais de eco analíticos, convertidos para banda-base, relativos ao alvo de interesse, recebidos pelo

n -ésimo canal de recepção é dado pela expressão

$$s_{RX,n}(t) = \frac{A_{tgt}}{\sqrt{2}} e^{j\psi'} s_{TX}(t - \tau_{tgt}) e^{j2\pi\vartheta_n(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})} e^{j2\pi f_{tgt}t}. \quad (4.10)$$

onde A_{tgt} é a amplitude do eco, s_{TX} é o envelope complexo do sinal transmitido, τ_{tgt} é o retardo de propagação eletromagnética, que abrange o tempo desde a emissão até a recepção do sinal de eco, f_{tgt} é o desvio Doppler do sinal de eco, $\phi' = \phi - j2\pi(f_c + f_{tgt})\tau_{tgt}$ e $\vartheta_n(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})$ é o n -ésimo elemento do vetor de frequências espaciais do arranjo, $\vartheta_{tgt}(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})$. Os sinais de eco são submetidos ao filtro casado de cada canal para compressão de pulsos. Após a compressão de dados, o sinal de eco é dado por

$$x_{mn}(t) = \beta'_{tgt} e^{j2\pi\vartheta_n(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})} e^{j2\pi f_{tgt} \frac{m}{PRF}} \chi\left(t - \tau_{tgt} - \tau_p - \frac{m}{PRF}, 0\right) \begin{cases} n = 0, 1, \dots, N - 1; \\ m = 0, 1, \dots, M - 1. \end{cases} \quad (4.11)$$

sendo, $\beta'_{tgt} = (A_{tgt}/\sqrt{2}) e^{j\psi} e^{-j2\pi f_c \tau_{tgt}}$, τ_p , a largura de cada pulso e $\chi(t, f)$ é a função de ambiguidade do filtro casado, definida por

$$\chi(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_{RX}(v) s_{RX}^*(v - t) e^{j2\pi f v} dv. \quad (4.12)$$

Amostrando-se o sinal comprimido $x_{nm}(t)$ nos instantes $t = t_0 + l/f_s + m/PRF$, onde t_0 é o instante inicial do l -ésimo *range gate*, $l = 0, \dots, L - 1$ e $f_s > 2B_p = 2c/2\Delta_R$ é a frequência de amostragem do intervalo entre pulsos sucessivos (PRI), sendo B_p a largura de banda individual de um pulso e Δ_R a resolução em alcance do radar. Portanto, o sinal amostrado é expresso por

$$x_{mn}[l] = \zeta_l e^{j2\pi\vartheta_n(\theta_{tgt}, \phi_{tgt})} e^{j2\pi f_{tgt} m/PRF}, \begin{cases} n = 0, 1, \dots, N - 1; \\ m = 0, 1, \dots, M - 1; \\ l = 0, 1, \dots, L - 1. \end{cases} \quad (4.13)$$

onde $\zeta_l = \beta'_{tgt} \chi(t_0 - l f_s - \tau_{tgt} - \tau_p, 0)$. Como a amplitude do sinal dado pela EQ. (4.13) é máxima quando $t = t_0 + l/f_s \approx \tau_{tgt} + \tau_p$, isto é equivalente à maximização de $|x_{mn}[l]|$ quando o l -ésimo *range gate* corresponde ao alcance do alvo de interesse. Portanto o sinal comprimido $x_{nm}[l]$, amostrado no l -ésimo *range gate*, corresponde ao nm -ésimo elemento

do l -ésimo *snapshot* de espaço-tempo do CPI considerado, que compõe os dados de entrada do filtro STAP conforme anteriormente observado.

As interferências são geradas como descrito a seguir. O ruído é sintetizado a partir de L vetores aleatórios normais $MN \times 1$. O *jamming* é modelado como um *jammer* de ruído (ou de barreira) banda larga, localizado espacialmente e distribuído no espectro Doppler, e sintetizado em banda-base na entrada do n -ésimo canal de recepção e no m -ésimo PRI da seguinte forma

$$s_{jam,nm}[l] = A_{jam,lm} e^{j2\pi\vartheta_n(\theta_{jam},\phi_{jam})}, \quad (4.14)$$

onde $A_{jam,m}$ é a amplitude aleatória do *jamming* no m -ésimo PRI e θ_{jam} e ϕ_{jam} são, respectivamente, a elevação e o azimute do *jammer*. O *clutter* resulta do somatório de N_{clu} *clutter patches* independentes, sem ambiguidade em alcance, distribuídos uniformemente em 360° de azimute, sintetizado em banda-base na entrada do n -ésimo canal de recepção e no m -ésimo PRI da seguinte forma

$$s_{clu,mn}[l] = \sum_{p=1}^{N_{clu}} \zeta_{clu,p}^2 e^{j2\pi\vartheta_n(\theta_{clu,p},\phi_{clu,p})} e^{j2\pi m\beta\vartheta_n(\theta_{clu,p},\phi_{clu,p})}, \quad (4.15)$$

sendo $\zeta_{clu,p}^2$, a potência do p -ésimo *clutter patch*, $\theta_{clu,p}$ e $\phi_{clu,p}$, a elevação e o azimute do p -ésimo *clutter patch*, respectivamente, e $\beta = 2v_p/\lambda_c PRF$, onde v_p é a velocidade da plataforma radar, assumida nula neste modelo, de forma que a equação anterior se reduz a

$$s_{clu,mn}[l] = \sum_{p=1}^{N_{clu}} \zeta_{clu,p}^2 e^{j2\pi\vartheta_n(\theta_{clu,p},\phi_{clu,p})}, \quad (4.16)$$

ou seja, o *clutter* perde sua dependência da frequência Doppler e varia exclusivamente com a frequência angular ϑ_n .

4.2 SIMULAÇÕES

Na presente seção apresentar-se-ão resultados de simulações usando algoritmos MVDR-SMI de posto completo e reduzido em um cenário com escassez de amostras de apoio. Os algoritmos de posto reduzido para comparação de desempenho com o HMWF na aplicação proposta são os mesmos utilizados no capítulo precedentes para o cenário com

um radar aerotransportado com arranjo linear uniforme: componentes principais (*principal components - PC*) (HOTELLING, 1933; HAIMOVICH, 1996), métrica espectral cruzada (*cross-spectral metric - CSM*) (GOLDSTEIN, 1997c,b,a) e o filtro de Wiener multistágios (*multistage Wiener filter - MWF*) (GOLDSTEIN, 1990; ZOLTOWSKI, 2001).

Simulou-se o processamento do receptor de um radar *phased-array* terrestre fixo com antena formada por um arranjo planar quadrado com $N = 16$ elementos, com espaçamento interelementos de meio comprimento de onda em ambas as dimensões do arranjo, com a geometria da FIG. 2.1. O radar opera com frequência de portadora de 1 GHz, potência de transmissão de 700 W, alcance máximo não ambíguo de 60 km, resolução de alcance de 25 m, resolução Doppler de 1 Hz (resolução de velocidade de aproximadamente 9,3 m/s). O CPI gerado é amostrado por $M = 40$ pulsos LFM, com frequência de repetição de pulsos (PRF) de aproximadamente 2,5 kHz. O radar recebe *jamming* a partir de um interferidor, situado no azimute -45° e na elevação 20° , com JNR de 40 dB, além da interferência do *clutter* estacionário, assumido com velocidade nula em relação ao radar ($\beta = 0$), distribuído uniformemente em azimute no quadrante entre o azimute 0° e 90° e composto por $N_{clu} = 90$ *clutter patches* com CNR de 50 dB, sem ambiguidades em alcance. O *clutter* também se encontra distribuído igualmente entre o alcance 10,5 km e 11,5 km. O ruído é assumido estacionário branco gaussiano de média nula com potência de aproximadamente $1,5 \times 10^{-7}$ W.

O alvo a ser detectado, de $SNR = 0,5$ dB está situado a 10 km de alcance, no azimute 45° e com elevação 30° , com velocidade $v_{tgt} = 100$ m/s, seção reta radar $\sigma_{tgt} = 1,6$ m², em afastamento relativo ao radar, paralelamente ao eixo y na FIG. 2.1.

Para as simulações realizadas nos experimentos descritos a seguir, tal qual no capítulo precedente, determinou-se a matriz de covariância teórica de espaço-tempo do CPI considerado, \mathbf{R} , a partir da soma das matrizes de covariância das interferências e do ruído, conforme expressões derivadas no Capítulo 2, mais especificamente, a EQ. (2.21), EQ. (2.74), EQ. (2.84) e EQ. (2.92). Adicionalmente, também da mesma forma que no Capítulo 3, a estimativa da matriz de covariância é dada pela média do produto interno de K *snapshots* de espaço-tempo vetorizados que não contenham o sinal de eco do alvo, que compõem a amostra de apoio. Além disso, por conveniência, os *snapshots* de espaço-tempo foram sintetizados a partir do colorimento de *snapshots* de ruído normal branco, tal como no processo utilizado no capítulo anterior, descrito na EQ. (3.19), EQ. (3.20) e EQ. (3.21).

A estimativa do posto da matriz de covariância de espaço-tempo $\hat{r} = \text{rank}(\mathbf{R})$ é dada pela soma dos postos das matrizes de covariância de espaço-tempo do *clutter*, r_{clu} , e do *jamming*, r_{jam} . O posto do *clutter* é dado, de forma aproximada, pela regra de Brennan, cujo valor, para o cenário simulado com plataforma radar fixa, é numericamente igual ao número de sensores do arranjo, $N = 16$. Além disso o posto da matriz de covariância do *jamming* é obtido por $\text{rank}(\mathbf{R}_{jam}) = MN_j$, onde $N_j = 1$ é o número de interferidores presente, de forma que $r_{jam} = 40$. Logo o posto estimado de \mathbf{R} é $r = 56$. É possível se constatar, com o subsídio da FIG. 4.1, que o valor estimado do posto é satisfatoriamente próximo do posto da matriz de covariância, i.e., do número de autovalores mais representativos de \mathbf{R} . Portanto o posto 56 foi utilizado como valor de referência nas simulações subsequentes. Na FIG. 4.1 também se observa o espectro de autovalores da estimativa da matriz de covariância, cujo posto corresponde ao de \mathbf{R} .

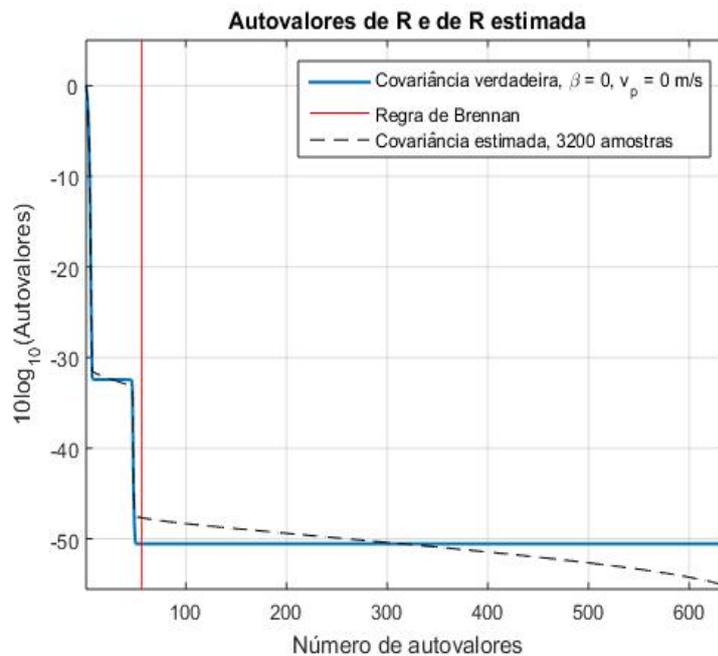


FIG. 4.1: Espectro de autovalores de \mathbf{R} e de $\hat{\mathbf{R}}$, estimada com $K = 5MN = 3200$ amostras

Os resultados propriamente ditos da simulação do desempenho dos métodos de posto reduzido e do MVDR-SMI de posto completo no cenário descrito são discutidos no que se segue. Iniciando com a métrica de SINR normalizada, ρ versus número de amostras de apoio, K , as simulações produziram a FIG. 4.2, a FIG. 4.3, FIG. 4.4 e a FIG. 4.5. A SINR normalizada é dada pela razão entre a SINR na saída do filtro e a SINR ótima

(obtida na ausência de interferências) ou, de maneira simplificada, pela razão entre o mínimo erro quadrático médio (MMSE) e erro quadrático médio (MSE) na saída do filtro STAP. Na FIG. 4.2, selecionou-se o posto de acordo com a análise dos autovalores de \mathbf{R} . Nessa figura, se observa praticamente a convergência do HMWF e do MWF para a curva teórica do valor esperado do MVDR-SMI e das simulações deste, de posto completo e reduzido, exceto para $K = MN = 640$ amostras, em que o HMWF e o MWF superam o MVDR-SMI e se aproxima do MVDR ótimo. Conforme esperado, o HMWF também apresentou melhor desempenho que os demais métodos de posto reduzido para todas os valores de K simulados. Na FIG. 4.3, produziu-se uma redução de posto drástica e se verificou degradação no desempenho do HMWF e do MWF e dessensibilização em relação ao número de amostras de apoio. Em consequência, selecionou-se o valor de posto intermediário de 16, que equivale ao posto da matriz de covariância do *clutter* e ao número de elementos do arranjo, na simulação seguinte, apresentada na FIG. 4.4. Constata-se que foi obtido um desempenho superior do HMWF em relação ao MWF e ao MVDR-SMI, mesmo para $K = MN = 640$ amostras e em relação ao desempenho para posto 56, apresentado na FIG. 4.2. A fim de se obter um desempenho satisfatório também para PC e CSM, i.e. $\rho = -3dB$ para $K = 2MN = 1280$ amostras, foram realizadas várias simulações, ilustradas pela FIG. 4.5, de forma que selecionou-se o valor de posto de 400 para as simulações seguintes do PC e do CSM.

A simulação da curva ROC, i.e., da probabilidade de detecção, P_D , versus a probabilidade de falso alarme, P_{FA} , para o MVDR-SMI e para os algoritmos de posto reduzido produziu os resultados demonstrados na FIG. 4.6, na FIG. 4.7, na FIG. 4.8, na FIG. 4.9, na FIG. 4.10, na FIG. 4.11, na FIG. 4.12, na FIG. 4.13 e na FIG. 4.14. A curva ROC é dada pela expressão $P_D = Q_1\left(\sqrt{2SINR}, \sqrt{-2\ln(P_{FA})}\right)$. As simulações iniciais foram realizadas com $K = MN = 640$ amostras. Em todas as simulações realizadas, assim como na aplicação analisada no capítulo anterior, o HMWF e o MWF, consistentemente, apresentaram desempenhos equivalentes entre si em todas as simulações realizadas. Para o posto 5, obteve-se desempenho reduzido do HMWF e superior aos demais métodos de mesmo posto simulados, conforme se observa na FIG. 4.6. Observou-se a melhora expressiva do desempenho do HMWF com o aumento do posto para 16, que superou até mesmo a implementação do CSM e do PC, ambos com posto 400. Para o posto 16, conforme se observa na FIG. 4.7, a P_D do HMWF é superior a 90 % para P_{FA} iguais ou menores que 10^{-5} , o que é compatível com o desempenho requerido para alguns sistemas de radar

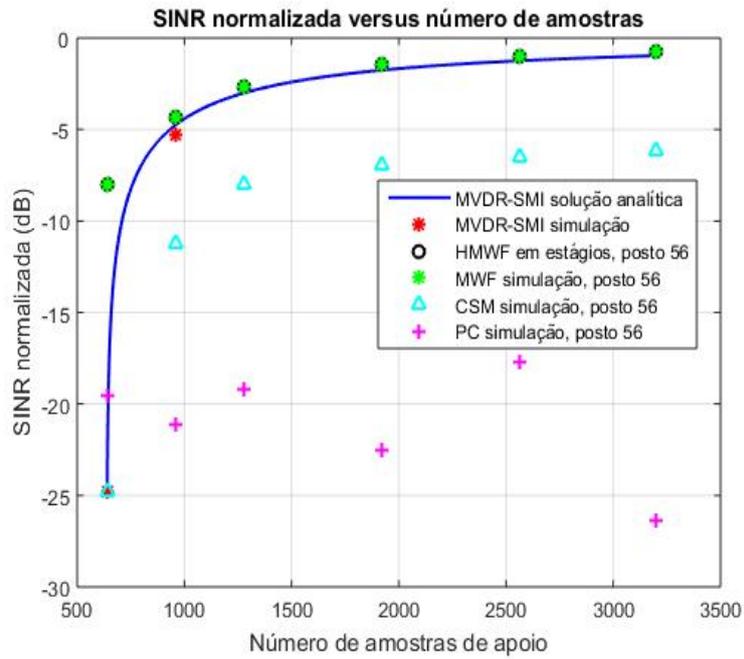


FIG. 4.2: SINR normalizada versus amostras de apoio, K , 10 iterações, PC, CSM, MWF e HMWF com posto 55.

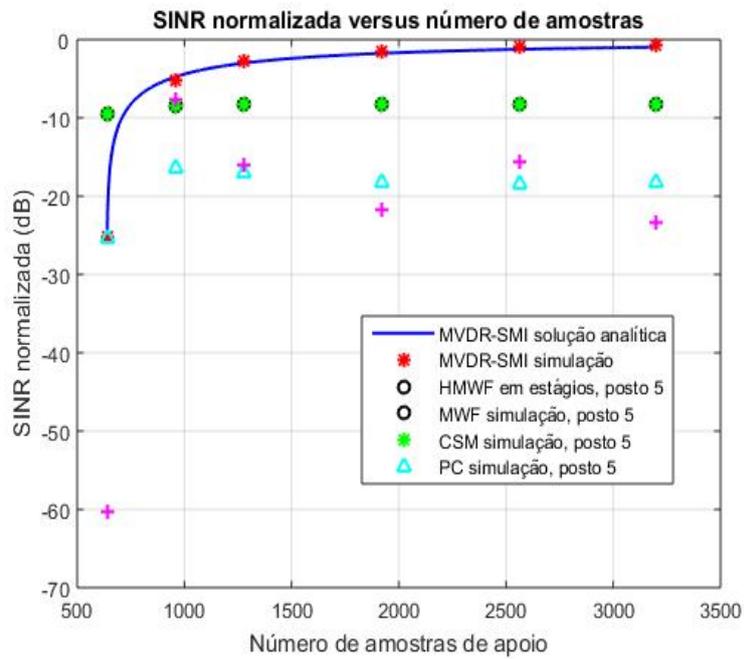


FIG. 4.3: SINR normalizada versus amostras de apoio, K , 10 iterações, PC, CSM, MWF e HMWF com posto 5.

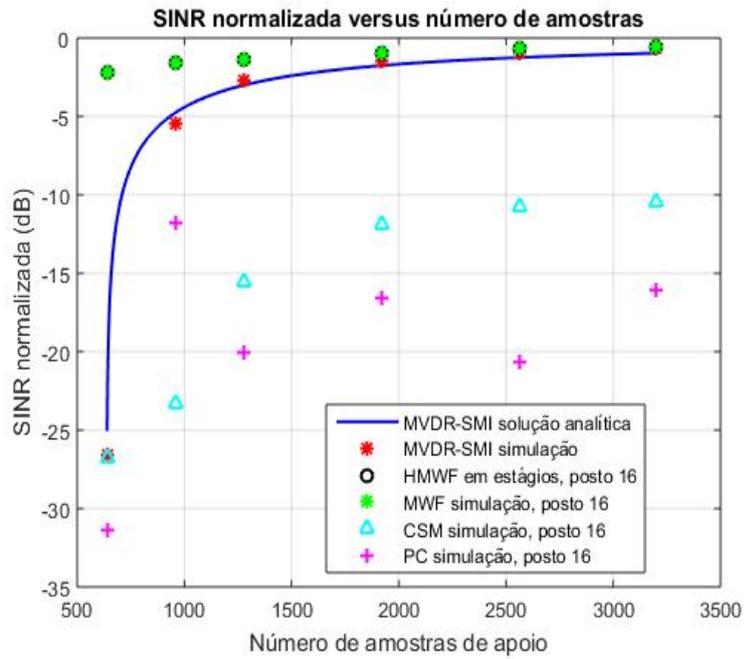


FIG. 4.4: SINR normalizada versus amostras de apoio, K , 10 iterações, PC, CSM, MWF e HMWF com posto 16.

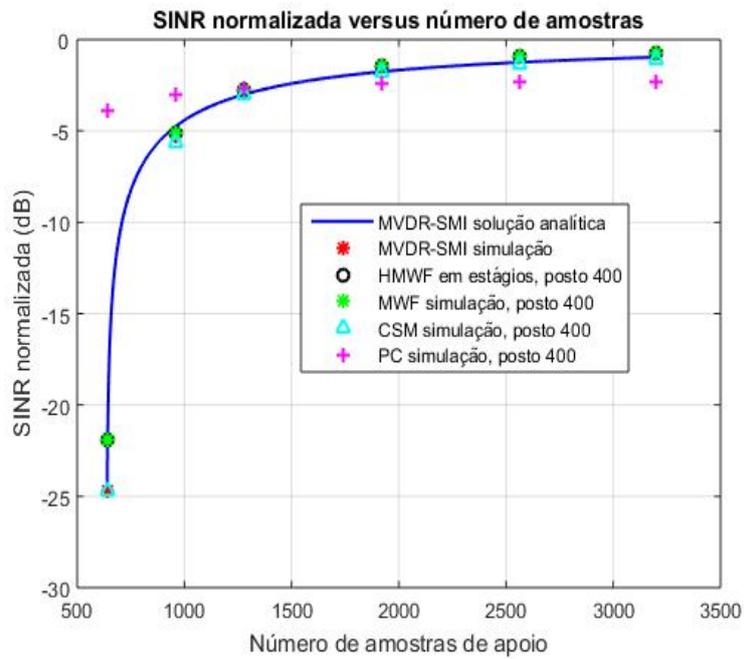


FIG. 4.5: SINR normalizada versus amostras de apoio, K , 10 iterações, PC, CSM, MWF e HMWF com posto 400

de vigilância reais. Para $K = MN = 640$, simulou-se ainda a implementação com posto 56, obtendo-se uma degradação de desempenho do HMWF, mas que ainda superou os demais métodos, como ilustra a FIG. 4.8. Nas simulações subsequentes, reduziu-se o número de amostras para $K = 20$ e após $K = 6$, necessitando-se, com isso, aplicar carregamento diagonal de $DL = 10n_t^2$, a fim de evitar instabilidades no cálculo numérico para a estimação da matriz de covariância de espaço-tempo, sem, no entanto, branqueá-la excessivamente. Ao se reduzir o número de amostras para $K = 20$, verificou-se que para o posto 5, FIG. 4.9, o desempenho bastante degradado em relação aos resultados para $K = 640$, com o HMWF e o MWF abaixo da P_D do MVDR-SMI de posto completo e acima dos demais métodos de posto reduzido. Para o posto 16, FIG. 4.10, registrou-se a convergência do HMWF, do MWF e do CSM para a P_D do MVDR-SMI de posto completo. Para o posto 56, FIG. 4.11, observa-se a manutenção do desempenho de P_D do HMWF e do MWF em relação ao posto 16 e a degradação dos demais métodos de posto reduzido. Finalizando este experimento, reduziram-se as amostras para $K = 6$, produzindo, o resultado ilustrado pela FIG. 4.12, pela FIG. 4.13 e pela FIG. 4.14. Nesses resultados, confirma-se a degradação mais acentuada da P_D , indicando uma relação dessa métrica com a variação de K , além de se constatar a invariância do desempenho com a variação do posto para 5, 16 e 56, com $K = 6$ amostras de apoio.

4.3 SIMULADOR DE PROCESSADOR STAP DE UM RADAR FIXO COM ARRANJO PLANAR

Nesta seção serão apresentados os resultados preliminares da implementação do simulador de um processador STAP de um radar terrestre fixo com arranjo de antenas retangular. Nessa implementação foram aplicadas as expressões descritas na Seção 4.1 para geração de forma de onda, simulação de sinais de eco e sintetização de interferências.

Para o simulador, utilizou-se o cenário descrito no início da seção precedente e gerou-se uma forma de onda LFM, com largura de pulso $\tau_p = 2 \times 10^{-5}$ s, *duty cycle* de 5% e largura de banda de 6 MHz, amostrada a aproximadamente 30 MHz, representada na FIG. 4.15.

Utilizando a equação radar e a EQ. (4.11), produziu-se um CPI contendo os sinais de ecos dos alvos recebidos por cada elemento do arranjo de antenas, dados pela EQ. (4.10) e ilustrados pela FIG. 4.16.

O diagrama ângulo-Doppler do sinal de eco simulado é apresentado na FIG. 4.17.

Ao CPI contendo os sinais de eco gerado foram somados CPIs de ruído, *jamming* e

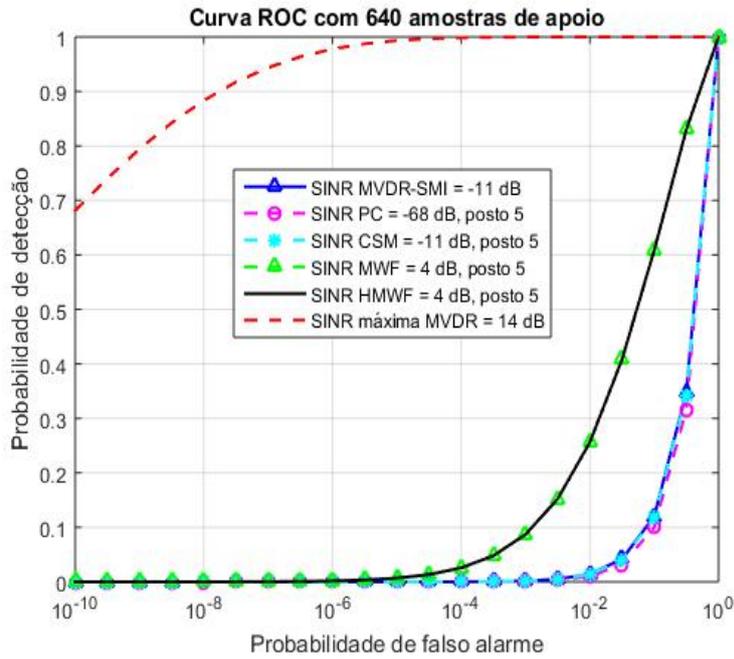


FIG. 4.6: P_D versus P_{FA} , $K = MN = 640$, 10 iterações, para $\xi_{tgt} = 0,5 \text{ dB}$, azimuth = 45° e $v_{tgt} = 100 \text{ m/s}$, com $r_{HMWF} = 5$

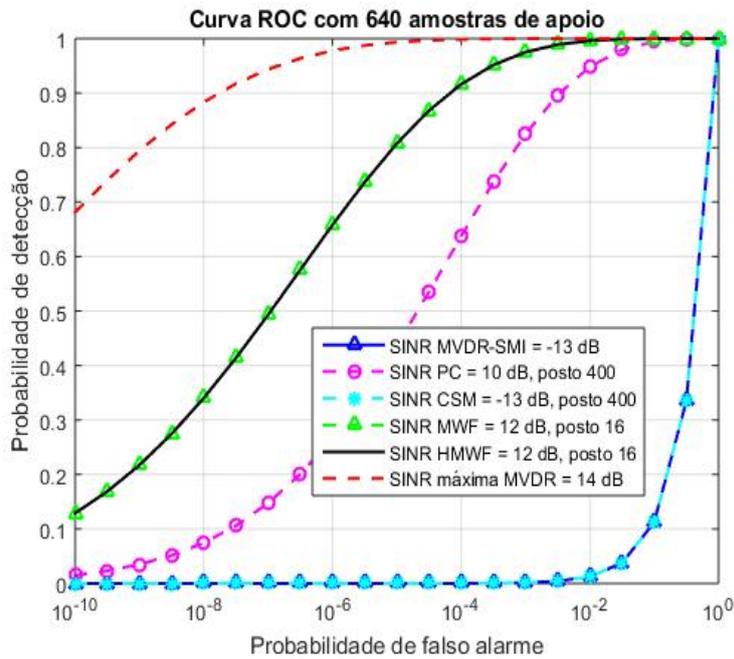


FIG. 4.7: P_D versus P_{FA} , $K = MN = 640$, 10 iterações, para $\xi_{tgt} = 0,5 \text{ dB}$, azimuth = 45° e $v_{tgt} = 100 \text{ m/s}$, com $r_{HMWF} = 16$

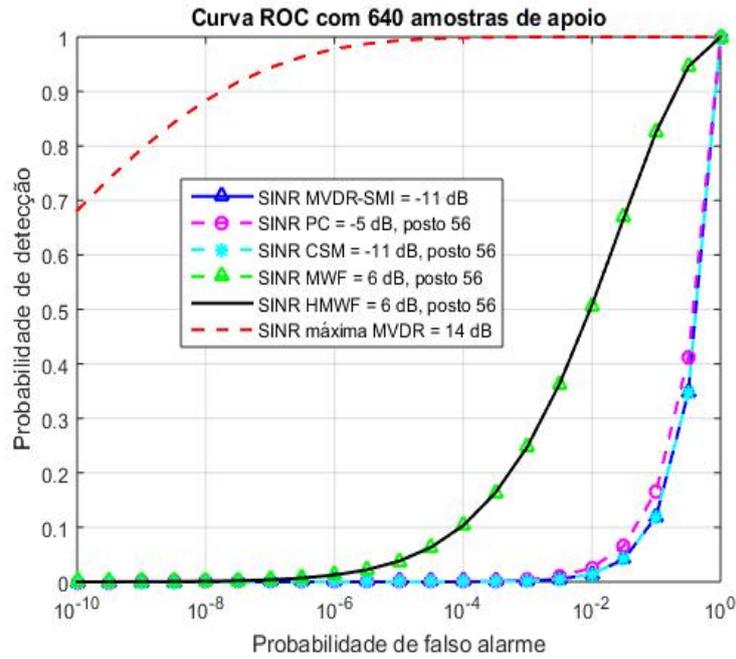


FIG. 4.8: P_D versus P_{FA} , $K = MN = 640$, 10 iterações, para $\xi_{tgt} = 0,5 \text{ dB}$, azimuth = 45° e $v_{tgt} = 100 \text{ m/s}$, com $r_{HMWF} = 56$

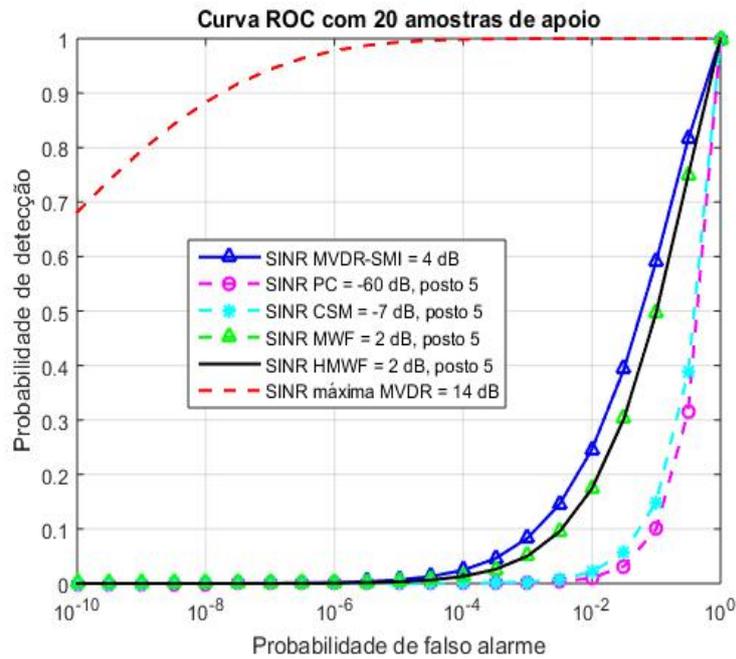


FIG. 4.9: P_D versus P_{FA} , $K = 20$, 10 iterações, para $\xi_{tgt} = 0,5 \text{ dB}$, azimuth = 45° e $v_{tgt} = 100 \text{ m/s}$, com $r_{HMWF} = 5$

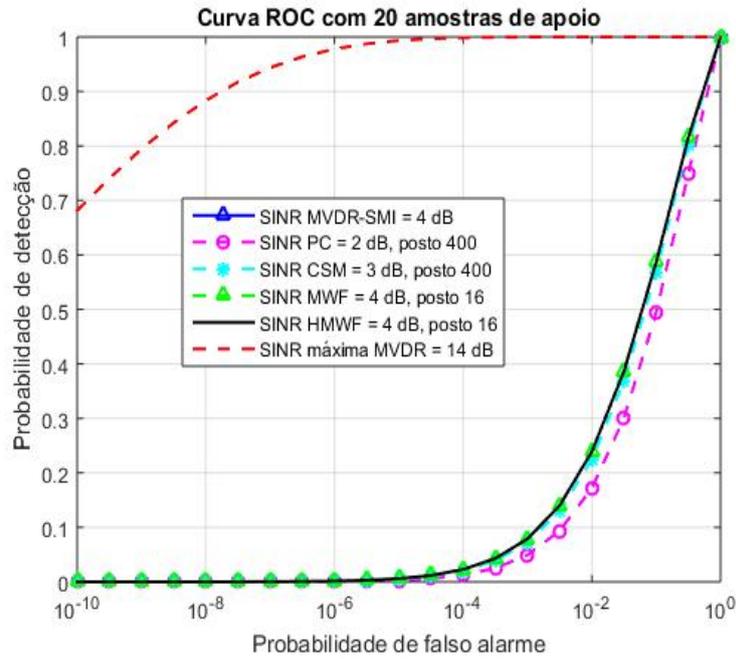


FIG. 4.10: P_D versus P_{FA} , $K = 20$, 10 iterações, para $\xi_{tgt} = 0,5 \text{ dB}$, azimuth = 45° e $v_{tgt} = 100 \text{ m/s}$, com $r_{HMWF} = 16$

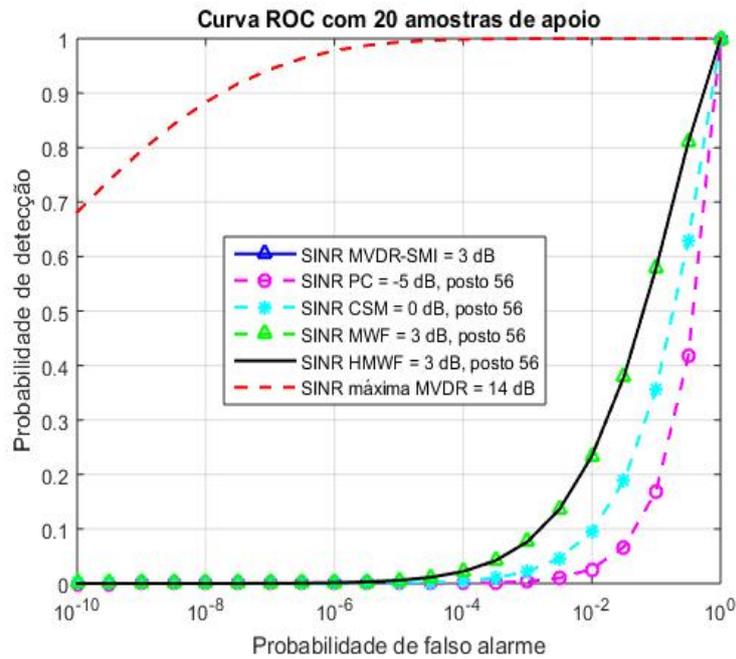


FIG. 4.11: P_D versus P_{FA} , $K = 20$, 10 iterações, para $\xi_{tgt} = 0,5 \text{ dB}$, azimuth = 45° e $v_{tgt} = 100 \text{ m/s}$, com $r_{HMWF} = 56$

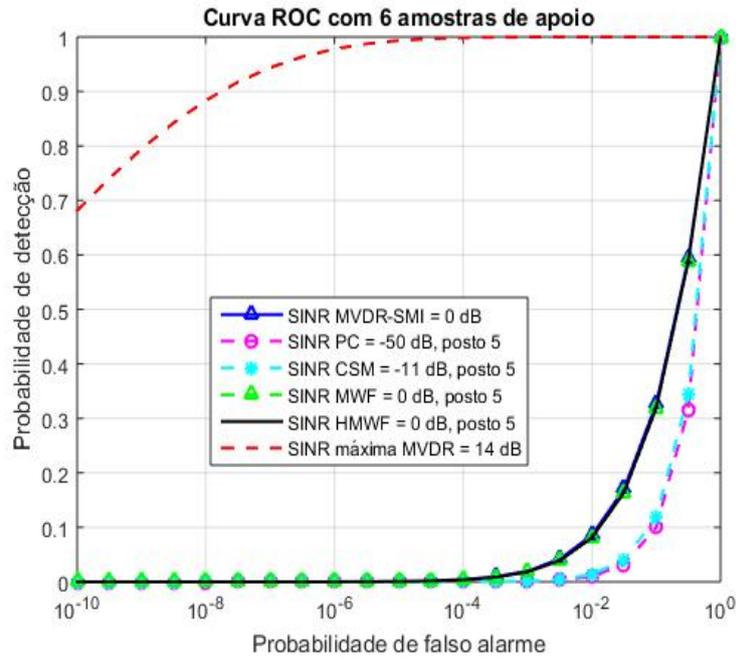


FIG. 4.12: P_D versus P_{FA} , $K = 6$, 10 iterações, para $\xi_{tgt} = 0,5 \text{ dB}$, azimute = 45° e $v_{tgt} = 100 \text{ m/s}$, com $r_{HMWF} = 5$

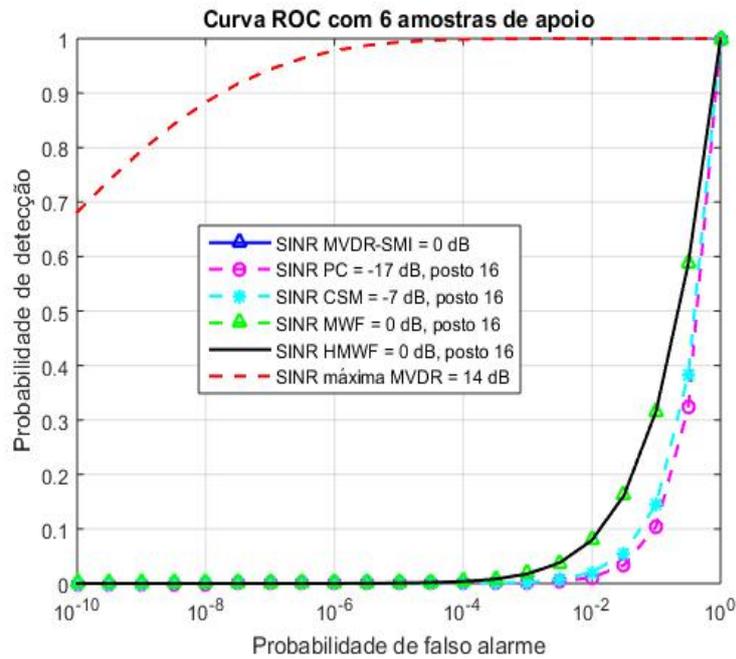


FIG. 4.13: P_D versus P_{FA} , $K = 6$, 10 iterações, para $\xi_{tgt} = 0,5 \text{ dB}$, azimute = 45° e $v_{tgt} = 100 \text{ m/s}$, com $r_{HMWF} = 16$

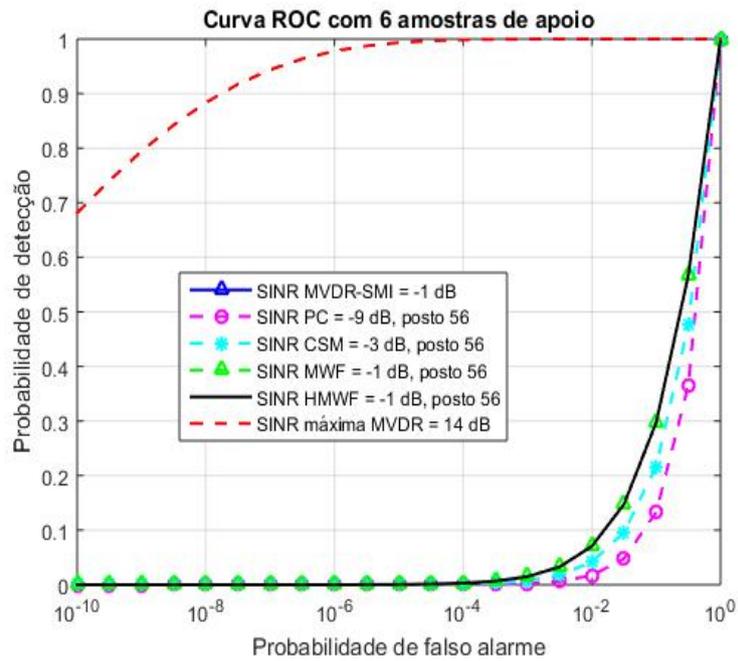


FIG. 4.14: P_D versus P_{FA} , $K = 6$, 10 iterações, para $\xi_{tgt} = 0,5 dB$, azimuth = 45° e $v_{tgt} = 100$ m/s, com $r_{HMWF} = 56$

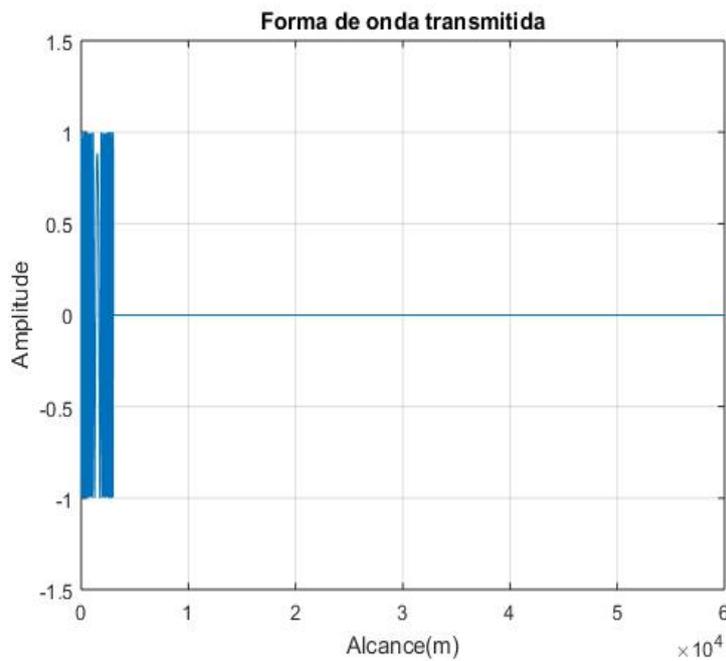


FIG. 4.15: Forma de onda transmitida, pulso LFM, $\tau_p = 2 \times 10^{-5}$ s, duty cycle 5%, largura de banda 6 MHz.

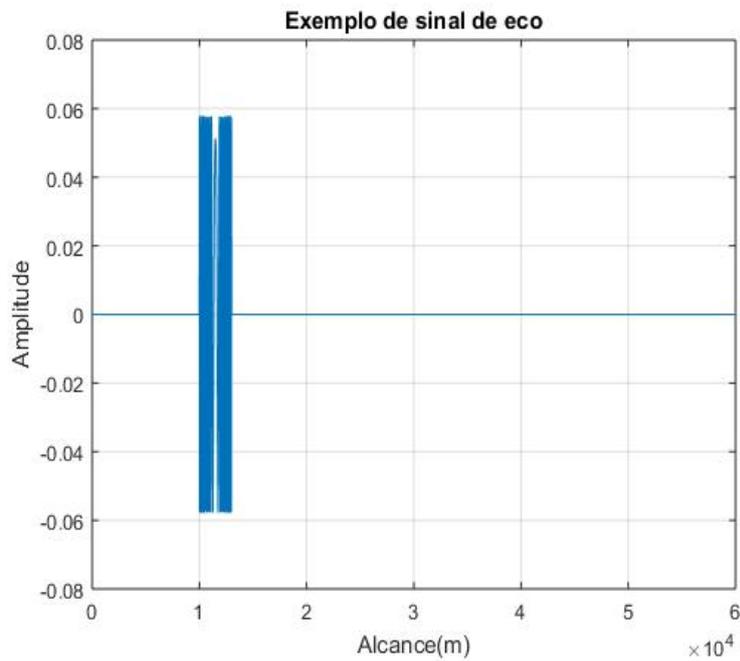


FIG. 4.16: Sinal de eco recebido pelo elemento $(n_x, n_y) = (1, 1)$, alvo no alcance 10 km, $\sigma_{tgt} = 1,6 \text{ m}^2$.

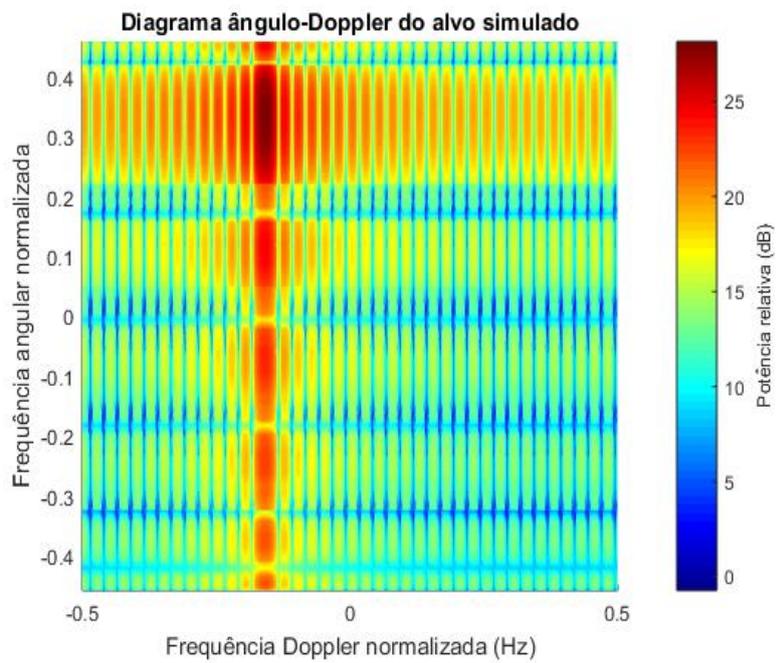


FIG. 4.17: Diagrama ângulo-Doppler do sinal de alvo comprimido recebido pelo radar.

clutter sintetizados. O CPI resultante foi submetido a um filtro casado *stretch* (SKOLNIK, 2001; MAHAFZA, 2004), i.e. implementado pela multiplicação das DFTs de cada nm -ésimo sinal do CPI gerado pelo envelope complexo da forma de onda transmitida correspondente. A saída do filtro casado produz um CPI contendo a compressão de pulsos dos sinais de eco simulados, conforme ilustrado pela FIG. 4.18.

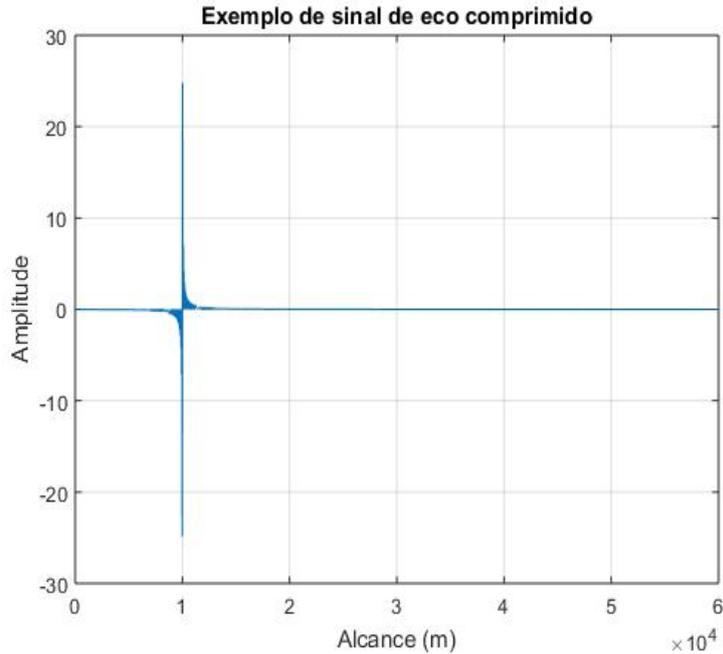


FIG. 4.18: Sinal de eco comprimido recebido pelo elemento $(n_x, n_y) = (1, 1)$, Doppler *bin* $m = 1$, alvo no alcance 10 km, $\sigma_{tgt} = 1,6 \text{ m}^2$.

Desse CPI, extraíram-se os *snapshots*, excluindo-se os que contém o sinal de eco e células de guarda, para estimação da matriz da covariância de espaço-tempo, a partir da qual, é possível obter o filtro STAP MVDR-SMI. Além disso, pode-se determinar a SINR na saída do filtro para obtenção do *adapted pattern* correspondente.

4.4 CONCLUSÃO

No presente capítulo, aplicou-se a técnica de redução de posto HMWF ao um filtro de espaço-tempo de uma plataforma radar fixa com arranjo de antenas retangular. O desempenho do HMWF, a exemplo do capítulo precedente, fundamentou-se na análise das métricas de SINR versus número de amostras de apoio e de probabilidade de detecção versus probabilidade de falso alarme. Não surpreendentemente, a despeito da mudança

significativa de cenário, os resultados obtidos foram consistentes e significativamente similares aos alcançados no Capítulo 3, no qual também se constatou a equivalência entre o desempenho do HMWF e do MWF e a sua superioridade sobre os demais métodos de posto reduzido, notadamente para um número reduzido de amostras, $K \leq MN = 640$, tendo sido alcançada uma redução de posto de até 128 vezes em relação à dimensionalidade completa, MN . O melhor desempenho nos experimentos realizados para aplicar as métricas utilizadas, foi obtido utilizando-se o posto 16, que corresponde ao número de antenas no arranjo, N e ao posto da matriz de covariância do *clutter*.

No atinente à implementação do simulador de processador de espaço-tempo do receptor de um radar fixo com arranjo retangular, obteve-se uma simulação parcial, com êxito na geração de forma de onda e na simulação do sinal de eco do alvo e na compressão de pulsos, que constituem os resultados preliminares obtidos.

Com base nos resultados descritos, antevê-se, como objeto de futuros trabalhos, a avaliação dos limites práticos do desempenho do HMWF para radares fixos com arranjos retangulares ou de outras geometrias. Além disso, mediante o aprimoramento e especialização do simulador radar, poder-se-á validar o funcionamento do filtro STAP, verificando-se empiricamente a distribuição das probabilidades de detecção e falso alarme, bem como, poder-se-á verificar sua aderência às distribuições consideradas na modelagem (Rice, para P_D , e Rayleigh, para P_{FA}). Também é possível propor como tópico de trabalhos futuros a combinação do HMWF, nos cenários explorados neste capítulo e no anterior, com algoritmos de filtragem adaptativa a serem empregados em substituição ao SMI, aplicados ao filtro MVDR, para maximização da SINR, ou aplicados a, por exemplo, outro filtro STAP que maximize a probabilidade de detecção com taxa de falso alarme constante (CFAR). Como possíveis algoritmos a serem adaptados ou particularizados, podem ser mencionados o CLMS (*constrained least mean squares*), o CNLMS (*constrained normalised least mean squares*) e o GSC-RLS (*generalised sidelobe canceller recursive least squares*) (DINIZ, 2008).

O capítulo seguinte conclui esta dissertação, resumindo as conclusões obtidas neste capítulo e no anterior e apontando possíveis tópicos para estudos futuros.

5 CONCLUSÃO

Com a presente dissertação, desenvolveu-se o tópico do processamento de espaço-tempo do sinal radar, com posto reduzido com aplicação em dois cenários distintos. Este capítulo objetiva apresentar, em síntese, os resultados obtidos, bem como destacar possíveis temas para pesquisa futura.

O trabalho sobre processamento de espaço-tempo com posto reduzido explorou a aplicação do HMWF (*Householder multistage Wiener filter*) por radares *phased-array* em dois cenários: um radar aerotransportado equipado com um ULA e um radar terrestre fixo com um arranjo retangular de antenas, e os resultados obtidos são motivadores. Em ambos os cenários, o HMWF foi comparado com o MWF (*Multistage Wiener filter*) convencional e outras técnicas de redução de posto, além da solução de posto completo do filtro MVDR de espaço-tempo. Ao se aplicar o HMWF ao STAP, demonstrou-se ser possível obter o mesmo desempenho que o MWF convencional, especialmente no que tange à capacidade de operação com redução de posto de até 128 vezes em relação à dimensionalidade completa, mesmo para reduzido número de amostras de apoio. Indo mais além, a aplicação do HMWF ao STAP confirmou sua maior eficiência computacional, que se mostrou independente do número de amostras de apoio disponíveis. Esse resultado promissor vem ao encontro de um dos principais objetivos atuais de pesquisa na área de processamento de espaço-tempo de radares, em face da escassez de amostras em que as interferências possam ser assumidas estacionárias em relação ao *snapshot* ao qual se almeja aplicar a filtragem STAP. Futuros trabalhos podem explorar a aplicação do HMWF para resolução do problema de maximização da SINR (MVDR) ou de maximização da probabilidade de detecção com CFAR, combinada com o emprego de algoritmos de filtragem adaptativa, como o CLMS, o CNMLS ou o GSC-RLS, para estimação mais eficiente da matriz de covariância, i.e. utilizando menos amostras de apoio. Em complemento, outro tópico a ser investigado, relativo à aplicação do HMWF ao STAP, seriam métodos de seleção do número de estágios, em outras palavras a redução de posto, r , que propicia o desempenho ótimo para cada uma das métricas e menor carga computacional para um dado número de amostras de apoio, K .

Adicionalmente, deve ser ressaltado que a aplicação do HMWF a um radar STAP

fixo com arranjo planar, confirmou o desempenho observado na aplicação a um radar móvel com arranjo linear. Tal resultado, aliado à reduzida complexidade computacional do HMWF em relação ao MWF convencional, enseja pesquisas posteriores acerca da comparação de desempenho e de complexidade computacional entre o HMWF aplicado ao STAP e o processamento de radares convencional, i.e. *beamforming* adaptativo e filtragem Doppler sequenciais. Nesse sentido, foram obtidos resultados preliminares da simulação do de um processador STAP do receptor de um radar fixo com arranjo planar, cujo aprimoramento e especialização potencialmente permitirão que trabalhos a serem desenvolvidos realizem a comparação do HMWF-STAP com o processamento radar convencional. O esclarecimento de tal questão, além de ter motivado a implementação do simulador em tela, poderá constituir subsídio à tomada de decisão sobre direções de pesquisa e desenvolvimento, eventualmente podendo resultar na aplicação prática futura do HMWF-STAP em projetos de sistema de radar terrestres com antenas *phased-array* já conduzidos atualmente pelo Exército Brasileiro e pela indústria nacional.

No atinente às contribuições do trabalho no tópico de processamento de espaço-tempo de posto reduzido, estas, sem perder de vista possibilidades de investigações futuras, podem ser assim sumarizadas:

- Aplicou-se o HMWF ao STAP, uma implementação computacionalmente mais eficiente do filtro de Wiener multiestágios, o que é sinérgico com sua notável capacidade de redução de posto e de manutenção de desempenho elevado na filtragem de espaço-tempo para número de amostras, K , igual ao número de graus de liberdade adaptativos, MN do STAP e até mesmo com menos amostras em casos específicos.
- A aplicação do HMWF ao STAP foi simulada em dois cenários distintos, sendo que a aplicação ao cenário com um radar fixo, pouco explorado na literatura e mais desafiador no que tange ao processamento em posto reduzido, produziu resultados que confirmaram os resultados obtidos no cenário mais comum, com um radar móvel, no que se refere ao desempenho do HMWF em relação às métricas utilizadas.
- Modelou-se o filtro STAP de um radar fixo com arranjo de antenas retangular com origem do sistema de coordenadas no seu centro geométrico para posterior implementação do simulador do processador STAP.
- Os resultados preliminares da simulação do processamento de espaço-tempo, pré-deteção, de um receptor de um radar terrestre com arranjo de antenas retangular

e compressão de pulsos, a partir da modelagem realizada, produziu os sinais de eco comprimidos a serem filtrados.

Cumprido destacar que as características verificadas do HWMF aplicado ao STAP, podem constituir objeto de estudo futuro para determinação dos limites práticos do desempenho da filtragem de espaço-tempo, para diferentes números de amostras de apoio.

Deve ser enfatizado que o aprimoramento e especialização da modelagem do STAP para um arranjo retangular, e.g.: com a inclusão de modelos não estacionários para as interferências e o emprego de dados reais, podem constituir o objeto de trabalhos a serem desenvolvidos nessa área, cujos resultados poderão possibilitar a comparação de desempenho com o processamento de radares convencionais. Além disso, o aprimoramento do simulador, paralelamente ao aprimoramento dessa modelagem, poderá ser ferramenta útil para estudos futuros mais abrangentes que poderão incluir a simulação de estágios adicionais do processamento de sinais radar, como, por exemplo, a detecção de alvos e o rastreamento de trajetórias. Tais aprimoramentos possivelmente contribuirão para comparações mais completas do STAP com o desempenho de radares convencionais, tendo em vista a já citada aplicação prática por parte de projetos de radares terrestres com antenas *phased-array* do Exército Brasileiro e da indústria nacional.

Concluindo esta dissertação, é possível afirmar ter-se recorrido a respeito dos estudos realizados e resultados obtidos, assim como, se direcionaram futuras pesquisas na área de processamento de arranjos de sensores e radar.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- APOLINÁRIO Jr., J. A., de CAMPOS, M. L. R. e BERNAL O, C. P. **The constrained conjugate gradient algorithm.** *IEEE Signal Processing Letters*, v. 7, n. 12, pp. 351–354, dezembro 2000.
- ARNOLDI, W. E. **The principle of minimized iterations in the solution of the matrix eigenvalue problem.** *Quartely of Applied Mathematics*, v. 9, n. 1, pp. 17–29, janeiro 1951.
- BALANIS, C. A. *Antenna Theory*. Harper & Row, New York, NY, USA, 1982.
- BARTON, D. K. *Radar Systems Analysis*. Artech House, Dedham, MA, USA, 1976.
- BARTON, T. A. e SMITH, S. T. **Structured covariance estimation for space-time adaptive processing.** Em *Proceedings of IEEE Interational Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, v. 5, pp. 3493–3496, April 1997.
- BERGIN, J. S. e et al. **GMTI STAP in target-rich environments: Site-specific analysis.** Em *Proceedings of IEEE 2002 Radar Conference*, pp. 391–396, Long Beach, CA, USA, April 2002.
- BOYOL, J. A. e et al. *Electronic Countermeasures*. Penninsula Publishing, 1979.
- BRENNAN, L. E., MALLETT, J. D. e REED, I. S. **Adaptive arrays in airborne MTI radar.** *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. AP-24, pp. 607–615, September 1976.
- BRENNAN, L. E. e REED, I. S. **Theory of adaptive radar.** *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, v. AES-9, pp. 237–252, March 1973.
- BRENNAN, L. E. e STAUDAHER, F. M. **Subclutter visibility demonstration.** Technical Report RL-TR-92-21, Adaptive Sensors Incorporated, March 1992.
- COMPTON, R. T. *Adaptive Antennas: Concepts and Performance*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1988.
- COOK, C. E. e BERNFELD, M. *Radar Signals: An Introduction to Theory and Application*. Artech House, Norwood, MA, EUA, 1993.
- COX, H., M.ZEESKIND, R. e OWEN, M. H. **Robust adaptive beamforming.** *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, v. 35, n. 10, pp. 1365–1376, outubro 1987.
- CURLANDER, J. C. e McDONOUGH, R. N. *Synthetic Aperture Radar*. McGraw-Hill, New York, NY, USA, 1991.

- de CAMPOS, M. L. R., WERNER, S. e JR., J. A. A. **Constrained adaptation algorithms employing Householder transformation.** *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 50n. 9, , September 2002.
- de CAMPOS, M. L. R., WERNER, S. e JR., J. A. A. **On an efficient implementation of the multistage wiener filter through householder reflections for ds-cdma interference suppression.** Em *IEEE GLOBECOM '03. IEEE Global Telecommunications Conference*, San Francisco, CA, USA, dezembro 2003. Institute of Electrical and Electronic Engineers. ISBN 0-7803-7974-8.
- de LAMARE, R. C. e SAMPAIO-NETO, R. **Reduced-rank adaptive filtering based on joint iterative optimization of adaptive filters.** *IEEE Signal Processing Letters*, v. 14, n. 12, pp. 980–983, dezembro 2007.
- de OLIVEIRA, A., SAMPAIO-NETO, R., FORTES, J. M. e BACKX, F. **Interpolation-and-decimation-based dimensionality reduction applied to space-time processing.** Em *2016 IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM)*, pp. 1–5, July 2016.
- DINIZ, P. S. R. *Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementation.* Springer, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 3rd edition, 2008.
- DIXON, R. C. *Radio Receiver Design.* Marcel Dekker, New York, NY, USA, 1998.
- DiFRANCO, J. V. e RUBIN, W. L. *Radar Detection.* Artech House, Dedharn, MA, USA, 1980.
- EAVES, J. L. e REEDY, E. K. *Principles of Modern Radar.* Van Nostrand Reinhold, New York, NY, USA, 1987.
- ECKART, C. e YOUNG, G. **The approximation of the matrix by another of lower rank.** *Psychometrika*, v. 1, pp. 211–218, 1936.
- FA, R. e de LAMARE, R. C. **Reduced-rank STAP for airborne radar based on switched joint interpolation, decimation and filtering algorithm.** Em *Sensor Signal Processing for Defence (SSPD 2010)*, pp. 1–5, setembro 2010a.
- FA, R., de LAMARE, R. C. e WANG, L. **Reduced-rank STAP schemes for airborne radar based on switched joint interpolation, decimation and filtering algorithm.** *Signal Processing, IEEE Transactions on*, v. 58, n. 8, pp. 4182–4194, agosto 2010b.
- FARINA, A. *Antenna Based Signal Processing Techniques for Radar Systems.* Artech House, 1992.
- FARINA, A., GOLINO, G. e TIMMONERI, L. **Comparison between LS and TLS in adaptive processing for radar systems.** Em *IEE Radar, Sonar and Navigation*, number 1, pp. 2–6, February 2003.

- FARINA, A. e TIMMONERI, L. **Cancellation of clutter and e.m. interference with stap algorithms. application to live data acquired with a ground-based phased array radar.** Em *2004 IEEE Radar Conference*, Philadelphia, PA, USA, April 2004. Institute of Electrical and Electronics Engineers.
- FERREIRA, A. O. *Contributions to Array Signal Processing: Space and Space-Time Reduced-Rank Processing and Radar-Embedded Communications.* Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, fevereiro 2017.
- FROST III, O. L. **An algorithm for linearly constrained adaptive array processing.** Em *Proceedings of the IEEE*, v. 60, pp. 926–935, agosto 1972.
- FUHRMANN, D. R. **Application of toeplitz covariance estimation to adaptive beamforming and detection.** *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 39n. 10, pp. 2194–2198, October 1991.
- GERSHMAN, A. B., SIDIROPOULOS, N. D., SHAHBAZPAHAHI, S., BENGTTSSON, M. e OTTERSTEN, B. **Convex optimization-based beamforming.** *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 27, n. 3, pp. 62–75, maio 2010.
- GOLDSTEIN, J. S. Radar systems analysis and design. Class notes for VA Tech, 2001a.
- GOLDSTEIN, J. S., GUERCI, J. R. e REED, I. S. Reduced-rank intelligent signal processing with application to radar. Em KOSKO, B. e HAYKIN, S., editores, *Intelligent Signal Processing*, chapter 12. Wiley-IEEE Press, 2001b.
- GOLDSTEIN, J. S. e PICCIOLO, M. **STAP II – Advanced concepts.** Em *2008 IEEE Radar Conference*, Roma, Itália, maio 2008. Institute of Electrical and Electronics Engineers.
- GOLDSTEIN, J. S. e REED, I. S. **Reduced rank adaptive filtering.** *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 45, n. 2, pp. 492–496, fevereiro 1997a.
- GOLDSTEIN, J. S. e REED, I. S. **Subspace selection for partially adaptive sensor array processing.** *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, v. 33, pp. 539–544, abril 1997b.
- GOLDSTEIN, J. S. e REED, I. S. **Theory of partially adaptive radar.** *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, v. 33, n. 4, pp. 1309–1325, abril 1997c.
- GOLDSTEIN, J. S., REED, I. S. e SCHARF, L. L. **A multistage representation of the wiener filter based on orthogonal projections.** *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 44, n. 7, pp. 2943–2959, novembro 1990.
- GOLDSTEIN, J. S., REED, I. S. e ZULCH, P. A. **Multistage partially adaptive stap cfar detection algorithm.** *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, v. 35n. 2, pp. 645–661, abril 1999. ISSN 0018-9251.

- GOLDSTEIN, J. S. e SCHARF, I. S. R. L. L. **A multistage representation of the wiener filter based on orthogonal projections.** *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 44n. 7, pp. 2943–2959, November 1998a.
- GOLDSTEIN, J., REED, I., ZULCH, P. e MELVIN, W. **A multistage stap cfar detection technique.** Em *IEEE 1998 IEEE Radar Conference, RADARCON'98. Challenges in Radar Systems and Solutions*, Dallas, TX, EUA, maio 1998b. Institute of Electrical and Electronic Engineers. ISBN 0-7803-4492-8.
- GOLUB, G. H. e Van LOAN, C. F. *Matrix Computations*. The Johns Hopkins University Press, 2nd edition, 1984.
- GOLUB, G. H. e Van LOAN, C. F. *Matrix Computations*. The Johns Hopkins University Press, Baltimore, MD, EUA, 3rd edition, 1996.
- GUERCI, J. R. **Knowledge-aided sensor signal processing and expert reasoning.** Em *Proc. of 2002 Workshop on Knowledge-Aided Sensor Signal Processing and Expert Reasoning (KASSPER)*, Washington, DC, USA, April 2002. (CD-ROM).
- GUERCI, J. R. *Space-Time Adaptive Processing for Radar*. Artech House, Norwood, MA, USA, 2003.
- HAIMOVICH, A. **The eigencanceler: adaptive radar by eigenanalysis methods.** *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, v. 32, pp. 532–542, abril 1996.
- HAYKIN, S. *Adaptive Filter Theory*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, USA, 3rd edition, 1988.
- HIEMSTRA, J. D. e GOLDSTEIN, J. S. **Robust rank selection for the multistage wiener filter.** Em *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP 2002)*, Orlando, FL, EUA, maio 2002.
- HONIG, M. L. e XIAO, W. **Performance of reduced-rank linear interference suppression.** *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 47, n. 5, pp. 1928–1946, julho 2001.
- HOTELLING, H. *Analysis of a Complex of Statistical Variables into Principal Components*. Warwick and York, Baltimore, MD, EUA, 1933.
- JOHAM, M. e ZOLTOWSKI, M. D. **Interpretation of the multistage nested Wiener filter in the Krylov subspace framework.** Tr-ece-00-51/tum-lns-tr-00-6, Purdue University/Munich University of Technology, 2000. URL <http://cobweb.ecn.purdue.edu/mikedz/research/msnwftutorial.pdf>. Online.
- JOHNSON, D. H. Signal processing information base (SPIB), Mountain Top Radar. <http://spib.linse.ufsc.br/radar.html>, 2013. Acessado em: 2017-08-17.

- KIRSTEINS, I. e TUFTS, D. W. **On the probability density of signal-to-noise ratio in an improved adaptive detector.** *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, v. 30, n. 1, pp. 55–67, janeiro 1994.
- KLEMM, R. **Adaptive clutter suppression for airborne Phased Array Radars.** Em *IEEE Proceedings*, v. 130, pp. 125–131, February 1983.
- KLEMM, R. *Space-Time Adaptive Processing: Principles and Applications.* IEEE Press, London, England, UK, 1998.
- KLEMM, R. *Principles of Space-Time Adaptive Processing.* The Institution of Electrical Engineers (IEE), London, England, UK, 2002.
- KLEMM, R. e WARD, J. **STAP I – Architectures and algorithms.** Em *2008 IEEE Radar Conference*, Rome, Italy, May 2008. Institute of Electrical and Electronics Engineers.
- KOKS, D. **How to create and manipulate radar range-doppler plots.** DSTO-TN 1386, Australian Government, Department of Defence, Defence Science and Technology Organization, Edinburgh, SA 5111, Australia, December 2014.
- LANCZOS, C. **Solution of systems of linear equations by minimized iterations.** *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, v. 49, n. 1, pp. 33–53, julho 1952.
- LAWSON, J. L. e UHLENBECK, G. E., editores. *Threshold Signals*, v. 24 of *MIT Radiation Laboratory Series*. McGraw-Hill, New York, NY, USA, 1950.
- LIU, N. J. e ZHANG, Y. T. **A survey of radar ECM and ECCM.** *IEEE Transactions AES*, v. 31, n. 3, pp. 1110–1120, July 1995.
- MAHAFZA, B. R. e ELSHERBENI, A. Z. *MATLAB Simulations for Radar Systems Design.* Chapman & Hall/CRC CRC Press LLC, 2004. ISBN 1–58488–392–8.
- MELVIN, W. L. **A STAP overview.** *IEEE A&E Systems Magazine*, v. 19n. 1, pp. 19–35, January 2004.
- MELVIN, W. L. e GUERCI, J. R. **Adaptive detection in dense target environments.** Em *Proceedings of IEEE 2001 Radar Conference*, pp. 187–192, Atlanta, GA, USA, May 2001.
- MELVIN, W. L. e et al. **Design of adaptive detection algorithms for surveillance radar.** Em *Proceedings of IEEE International Radar Conference*, Alexandria, VA, EUA, maio 2000.
- MEYER, D. P. e MAYER, H. A. *Radar Target Detection.* Academic Press, New York, NY, USA, 1973.
- MOZINGO, R. A. e MILLER, T. W. *Introduction to Adaptive Arrays.* John Wiley & Sons, New York, NY, USA, 1980.

- NATHANSON, F. E. *Radar Design*. McGraw-Hill, Inc., 1991.
- PALOMAR, D. P. e ELDAR, Y. C., editores. *Convex Optimization in Signal Processing and Communication*. Cambridge University Press, 2010.
- PAPOULIS, A. e PILLAI, S. U. *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. McGraw-Hill, New York, NY, USA, 3rd edition, 2001.
- PIERRE, D. *Optimization Theory with Applications*. Dover, NY, USA, 1986.
- RANGASWAMY, M. **An overview of space-time adaptive processing for radar**. Em *Proceedings of the International Radar Conference 2003*, pp. 45–50, setembro 2003.
- REED, I. S., MALLETT, J. D. e BRENNAN, L. E. **Rapid convergence rate in adaptive arrays**. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, v. 10, n. 6, , November 1974.
- RICHARDS, M. A. *Fundamentals of Radar Signal Processing*. McGraw-Hill, 2005.
- RICHARDS, M. A. *Fundamentals of Radar Signal Processing*. McGraw-Hill, 2nd edition, 2014.
- RICKS, D. C. e GOLDLSTEIN, J. S. **Efficient architectures for implementing adaptive algorithms**. Em *Proceedings of 2000 Antenna Applications Symposium*, Allerton Park, Monticello, IL, EUA, setembro 2000.
- SCHLEHER, D. C. *MTI and Pulsed Doppler Radar*. Artech House, Norwood, MA, USA, 1991.
- SCHRADER, G. E. **Knowledge-aided sensor signal processing and expert reasoning**. Em *Proceedings of 2002 Workshop on Knowledge-Aided Sensor Signal Processing and Expert Reasoning (KASSPER)*, Washington, DC, USA, April 2004. (CD-ROM).
- SKOLNIK, M. I. *Introduction to Radar Systems*. McGraw-Hill, New York, NY, USA, 3rd edition, 2001.
- SKOLNIK, M. I. *Radar Handbook*. McGraw-Hill, 3rd edition, 2008.
- TITI, G. W. e MARSHALL, D. F. **The ARPA/NAVY mountaintop program: Adaptive signal processing for airborne early warning radar**. Em *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, v. 2, pp. 1165–1168, Atlanta, GA, EUA, maio 1996.
- TUFTS, D. W., KUMARESAN, R. e KIRSTEINS, I. **Data adaptive signal estimation by singular value decomposition of a data matrix**. Em *Proceedings of the IEEE*, v. 70, pp. 684–685, June 1982.
- Van TREES, H. L. *Detection, Estimation, and Modulation Theory*. John Wiley & Sons, New York, NY, USA, 1968.

- VAN TREES, H. L. *Optimum Array Processing: Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory*. Wiley Interscience, New York, NY, USA, 2002.
- WANG, L. e DE LAMARE, R. C. **Low-complexity constrained adaptive reduced-rank beamforming algorithms**. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, v. 49, n. 4, pp. 2114–2128, outubro 2013.
- WARD, J. **Space-time adaptive processing for airborne radar**. Technical Report 1015, Lincoln Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, Lexington, MA, USA, December 1994.
- WERNER, S., WITH, M. e KOIVUNEN, V. **Householder multistage Wiener filter for space time navigation receivers**. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, v. 43, n. 3, pp. 975–988, 2007.
- YANG, X., SUN, Y., LIU, Y. e ZHANG, J. **Derivative constraint-based householder multistage wiener filter for adaptive beamforming**. *IET International Radar Conference 2013*, v. , April 2013.
- ZOLTOWSKI, M. D., DIETL, G. e JOHAM, M. **Recursive reduced-rank adaptive equalization for wireless communications**. Em *Proceedings of SPIE*, v. 4395, pp. 16–27, abril 2001.
- ZULCH, P. A., GOLDSTEIN, J. S., GUERCI, J. R. e REED, I. S. **Comparison of reduced-rank signal processing techniques**. Em *32nd Asilomar Conf. Signals, Syst. Comput.*, v. 1, pp. 421–425, Pacific Grove, CA, EUA, novembro 1998.

7 APÊNDICES

7.1 APÊNDICE 1: GLOSSÁRIO

7.1.1 GLOSSÁRIO

Célula de resolução: a região uni ou multidimensional relacionada à capacidade do radar de distinguir múltiplos alvos. As dimensões que envolvem resolução podem incluir alcance, ângulo e velocidade radial (frequência Doppler). A célula de resolução espacial tridimensional (3D) é, por exemplo:

$$\theta_a \times \theta_e \times (c\tau/2)$$

onde

- θ_a é a largura de feixe em azimute
- θ_e é a largura de feixe em elevação
- τ é a duração do pulso
- c é a velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas

Clutter: ecos indesejados, tipicamente provenientes do solo, mar, chuva ou outras precipitações, pássaros, insetos, meteoros e aurora boreal ou austral.

Compressão de pulsos: um método para obter a resolução de um pulso curto com a energia de um pulso longo de duração T , modulando internamente a fase ou a frequência de um pulso longo de modo a aumentar sua largura de banda $B \gg 1/T$ e usando um filtro casado (também chamado de *filtro de compressão de pulsos* na recepção para comprimir o pulso de duração T para uma duração de aproximadamente $1/B$. Usado para obter resolução em alcance elevada em sistemas com potência de pico limitada.

Desvio Doppler: é o desvio verificado na frequência dos ecos de alvos móveis em relação à portadora do sinal radar. O desvio Doppler f_d pode ser escrito como

$$f_d = \frac{2v \cos \theta}{\lambda}$$

onde v é a velocidade do alvo em relação ao radar, θ é ângulo entre a direção de deslocamento do alvo e o a direção principal de irradiação do radar (*boresight*) e λ é o comprimento

de onda da portadora do sinal transmitido pelo radar.

Filtro casado: um filtro que maximiza na sua saída a razão entre a potência de pico de um sinal e a potência média de ruído. Para o ruído branco, tem uma função de resposta em frequência que é o complexo conjugado do espectro transmitido. Sua resposta ao impulso é o inverso no tempo da forma de onda transmitida.

Feixe: a formação de radiação dentro de um volume restrito usando uma antena.

Função ambiguidade: o quadrado da magnitude $|\chi(\tau, f_d)|^2$ da função que descreve a resposta do receptor do radar ao alvos pontuais dispostos com retardo de alcance (τ) e com frequência Doppler (f_d) de uma posição de referência, onde $|\chi(0, 0)|$ é normalizada para a unidade. Matematicamente,

$$\chi(\tau, f_d) = \int u(t)u^*(t + \tau)e^{j2\pi f_d t} dt$$

onde:

- $u(t)$ é a forma de onda transmitida normalizada
- $u^*(t)$ é o complexo conjugado de $u(t)$
- τ positivo indica um alvo avançado em relação ao retador de referência
- f_d positivo indica um alvo se aproximando

A função ambiguidade é usada para examinar a adequação de formas de onda radar em proporcionar precisão e resolução e em reduzir ou eliminar ambiguidades e *clutter* indesejado.

Relação *clutter*-ruído (*clutter-to-noise ratio* - *CNR*): razão entre a potência recebida de fontes de *clutter* e a potência média de ruído.

Probabilidade de detecção: a probabilidade de que um sinal, quando realmente presente na entrada do receptor, seja corretamente declarado um sinal de um alvo, baseando-se na observação da saída do receptor.

Probabilidade de falso alarme: a probabilidade de que o ruído ou outros sinais interferentes erroneamente causem uma decisão de detecção de alvo.

Relação sinal-ruído (*signal-to-noise ratio* - *SNR*): em radares, a razão da potência correspondente à um ponto de medição específico de um alvo no receptor e a potência de ruído no mesmo ponto na ausência do sinal recebido.

Relação sinal-ruído-interferência (*signal-to-interference-plus-noise ratio - SINR*): razão da potência do eco de um alvo e a potência recebida de fontes de interferência, intencional ou não, não decorrentes da reflexão do sinal transmitido em obstáculos.

Seção reta radar (*radar cross section - RCS*): uma medida da intensidade refletiva de um alvo; geralmente representada pelo símbolo σ e medida em metros quadrados. A RCS é definida como 4π vezes a razão da potência por ângulo sólido unitário espalhado em uma direção específica e a potência por área unitária em uma onda plana incidente no alvo, proveniente de uma direção específica. Mais precisamente, é o limite dessa razão quando a distância do alvo até o ponto onde a potência do retorno é medida tende ao infinito. Três casos podem ser observados:

- a) RCS monoestática ou de espalhamento retrógrado: quando as direções de espalhamento incidente e refletido são coincidentes, mas em sentidos opostos;
- b) RCS de espalhamento direto: a energia é refletida ou espalhada na mesma direção da onda incidente;
- c) RCS biestática: a energia é refletida ou espalhada em qualquer direção diferente da direção de incidência ou da direção oposta à direção de incidência.

Se não identificada, a RCS é geralmente considerada como do caso a). Em todos os três casos, a RCS de um alvo específico é função da frequência, transmitindo e recebendo polarizações, e ângulo de aspecto do alvo (exceto esferas). Para algumas aplicações, e.g., análises estatísticas de detecção, é descrita pelo valor média (ou às vezes a mediana) e características estatísticas em um intervalo apropriado de um ou mais desses parâmetros.